

輸送現象及單元操作 講義

第一回

503401-1



社團
法人
考友社

考友社

出版
發行

第一講 動量傳送—黏度及動量輸送的機構

命題重點

一、牛頓黏度定律

(一)考慮一種包含於面積為 A 的兩大平行板中之流體—不論是氣體或液體，此二平板各處的距離，都是一個很小的 Y 值。(見圖 1-1)。我們可想像此系統起初是靜止的，但是當時間 $t = 0$ 時，底部的平板朝著 x 方向，以固定的速度 V 運動。當時間進行時，此流體獲得了動量，最後穩態下的速度分布曲線即建立起來，如圖 1-1 所顯示。當此種最終的穩態運動已達到時，即需要一個固定的力 F ，以維持底部平板的運動。

(二)此種力可以下式表示(假設流動是層流時)(式 1-1)：

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{V}{Y}$$

亦即單位面積上的 x_1 與 Y 距離上速度的遞減率成正比，其比例常數 μ 稱為流體的黏度。

(三)若以一個稍微明顯的形式重寫式 1-1：由較小 y 值區域中之流體，以 x 的方向作用於固定一個 y 值區域中之流體表面上的剪切應力，以符號 τ_{yx} 表示，而流體速度向量中之 x 分量，則以 v_x 表示。注意， v_x 不等於 $\partial v / \partial x$ ，故式 1-1 可改寫成(式 1-2)：

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy}$$

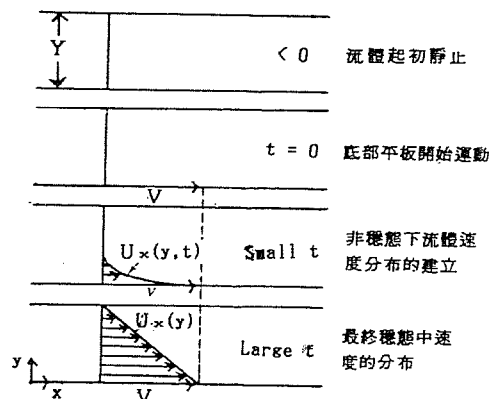


圖 1-1 包含於兩平板間，穩態層流之速度分布曲線的建立

(四)式 1-2 可以另一種形式表示，在 $y = 0$ 處之移動表面的極靠近處，此流體需要一定量的 x 一動量。因此，此流體傳送其一部分的動量，到鄰近的液體“層”上，使其能保持 x 一方向上的運動。因此， x 一動量以 y 一方向傳經過流體。其結果是， τ_{yx} 也可以 x 一動量在 y 一方向上的黏度通量表示。此種表示方式，可與動量輸送過程的分子特性，作一個較佳的連繫，並且關連到能量及質量的輸送現象。此外， τ_{yx} 的傳統符號設定，有利於以動量通量的觀念來想像。

(五)由式 1-2 也可看出，黏性的動量通量，是以速度梯度的負方向流動，亦即動量有朝著速度遞減的方向傳送的趨勢。換句話說，動量是由一個高速度的區域，向下坡“滑”到一個低速度的區域。

(六)若是有一種符號來代表黏度除以流體質量密度（質量每單位體積），將會非常有用。因此我們定義一個量 ν 如下（式 1-3）：

$$\nu = \mu / \rho$$

稱之為動黏度。

對於一些已定義過的量，在此亦加以描述一下。所用的是 cgs 系統中最簡單的情況（式 1-4）：

$$\tau_{yx} \quad [=] \quad \text{dyne cm}^{-2}$$

$$v_x \quad [=] \quad \text{cm sec}^{-1}$$

$$y \quad [=] \quad \text{cm}$$

因為式 1-2 的兩邊，必須在單位及數值上皆能配合，因此我們可以 CGS 系統將 μ 的單位解出如下（式 1-5）：

$$\mu = -\tau_{yx} \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^{-1} \quad [=] \quad (\text{gcm}^{-1} \text{sec}^{-2}) (\text{cm sec}^{-1} \text{cm}^{-1})^{-1}$$

$$[=] \quad \text{gcm}^{-1} \text{sec}^{-1}$$

因此（式 1-6）：

$$\nu = \mu / \rho \quad [=] \quad \text{cm}^2 \text{sec}^{-1}$$

其中的 cgs 單位克公分⁻¹秒⁻¹ 稱為泊（poise），大部分的黏度數據，不是以此種單位表示，就是以厘泊（1 cp = 0.01 poise）表示。在英制系統中的一組相似單位系統為（式 1-7）：

$$\tau_{yx} \quad [=] \quad \text{磅達} \cdot \text{呎}^{-2}$$

$$v_x \quad [=] \quad \text{ft sec}^{-1}$$

$$y \quad [=] \quad \text{ft}$$

$$\mu \quad [=] \quad \text{lb}_m \text{ft}^{-1} \text{sec}^{-1}$$

$$\nu \quad [=] \quad \text{ft}^2 \text{sec}^{-1}$$

這些單位都可與式 1-2 相配合。因為不常以磅達為力的單位來處理，所以大部分人都喜歡將式 1-2 改寫成（式 1-8）：

$$g_c \tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy}$$

在式 1-8 中各個單位如下（式 1-9）：

$$\begin{aligned} \tau_{yx} & [=] \text{ lb}_f \text{ ft}^{-2} \\ v_x & [=] \text{ ft sec}^{-1} \\ y & [=] \text{ ft} \\ \mu & [=] \text{ lb}_m \text{ ft}^{-1} \text{ sec}^{-1} \\ g_c & [=] (\text{ lb}_m / \text{ lb}_f) (\text{ ft sec}^{-2}) \text{ 磅達 / 磅} \end{aligned}$$

在這些單位中， g_c 的數值，即“重力轉換因數”的數值是 32.174。注意式 1-8 中的 $g_c \tau_{yx}$ ，其單位是磅達·呎⁻²，而且此量除以 g_c 則得到 τ_{yx} 單位為磅·呎⁻²。

二、非牛頓流體

(一)依照式 1-2 的牛頓黏度定律，對於一個給定流體，作 τ_{yx} 對一 (dv_x/dy) 的圖，應得到一條通過原點的直線，而且此直線的斜率，即是此流體在給定之溫度及壓力的黏度值。(見圖 1-2)

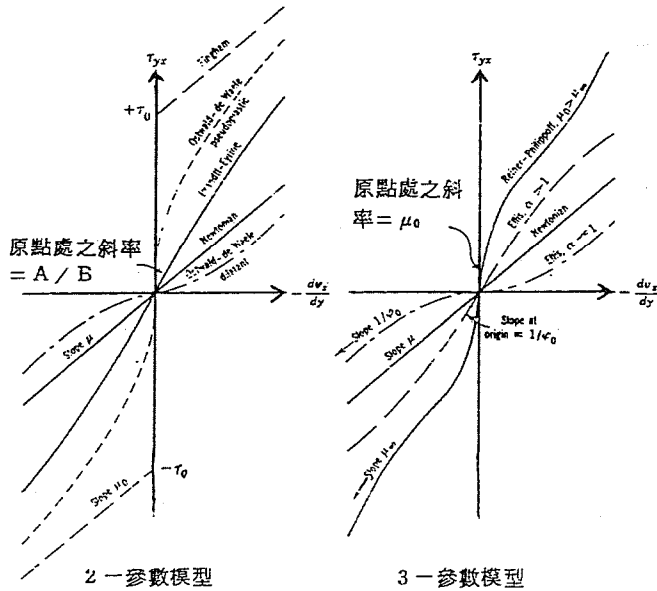


圖 1-2 穩態非牛頓模型的摘要 (牛頓模型也顯示出作為參考)

實驗也已顯示， τ_{yx} 的確比例於一 (dv_x/dy) ，這是對所有的氣體，及非聚合液體而言。可是，在工業上只有很少數的重要物質，不能以式 1-2 來描述，而此類物質被視為非牛頓流體。

(二)在圖 1-1 之情況下的大部分流體，其穩態下流變行為，可以式 1-2 的一般化形式表示出 (式 1-10)：

$$\tau_{yx} = -\eta \frac{dv_x}{dy}$$

其中的 η 可以表示成 dv_x/dy 或 τ_{yx} 的函數。當 η 隨著剪切速率 $(-dv_x/dy)$ 的增加而減少時，此種行為稱為擬塑性 (pseudoplastic) 當 η 隨著剪切速率的增加而增加時，此種行為則稱作膨脹性 (dilatant)。若是 η 與剪切速率無關，則其行為

是牛頓流體，其 $\eta = \mu$ (見式 1-2)。

(三)許多種的實驗方程式或“模型”已被提出，以表達出 τ_{yx} 及 dv_x/dy 間的穩態關係，以下摘述 4 個代表性的模型。這些方程式中的每一個都含有實驗性的正參數，而且都能算出其數值，以湊配定溫及定壓下的 τ_{yx} 對 dv_x/dy 的數據。

$$\tau_{yx} = -\mu_0 \frac{dv_x}{dy} \pm \tau_0 \quad \text{if } |\tau_{yx}| > \tau_0 \quad (\text{式 1-11-①})$$

$$\frac{dv_x}{dy} = 0 \quad \text{if } |\tau_{yx}| < \tau_0 \quad (\text{式 1-11-②})$$

當 τ_{yx} 值是正的時，式 1-11-①中即用正號，而當 τ_{yx} 是負值時，則使用負號。符合此種 2-參數模型的物質，稱為賓漢塑料 (Bingham Plastic)，此種物質在剪切應力小於屈服應力 τ_0 值時，將會保持剛性，但是當剪切應力超過 τ_0 時，則會以類似牛頓流體般流動。此模型對許多懸浮液或漿液而言，已被發現可相當地準確描述其行爲。在重水中的核燃料顆粒懸浮液，其實漢參數值列於表 1-1 中。

1. The Ostwald-de Waele Model :

$$\tau_{yx} = -m \left| \frac{dv_x}{dy} \right|^{n-1} \frac{dv_x}{dy} \quad (\text{式 1-12})$$

此 2-參數方程式又稱為次方定律。對於 $n = 1$ 而言，它簡化成牛頓黏度定律，且 $m = \mu$ ，因此 n 值從 1 偏差出的程度，即代表偏離牛頓行爲的程度。

對於 n 值小於 1 的流體，其行爲是擬塑性的，而對於 n 值大於 1 的流體而言，其行爲則是膨脹的。對於不同流體的 m 及 n 估計值，列於表 1-2 中。

2. The Eyring Model :

$$\tau_{yx} = A \operatorname{arcsinh} \left(\frac{1}{B} \frac{dv_x}{dy} \right) \quad (\text{式 1-13})$$

表 1-1 核燃料黏液的賓漢塑料模型參數值^a

粒 徑 分 布				
Suspended 懸浮物質	D (微米)	σ (無因次)	$k_1 = \frac{\tau_0}{\phi^4}$ (磅·呎 ⁻²)	$k_2 = \frac{\ln \mu_0 / \mu_w}{\phi}$ (無因次)
UO ₂	1.4	1.7	150	18
U ₃ O ₈	1.3	2.0	230	22
UO ₃ H ₂ O	1.2	1.9	430	22

精選試題

一、參考圖 1-1, 以磅·呎⁻² 來計算穩態下的動量通量 τ_{yx} , 其狀況如下: 底部平板朝 x 一方向移動速率 V 是 1 呎/秒, 板間隔 Y 是 0.001 呎, 而流體黏度 μ 是 0.7 cp。

【解】因為 τ_{yx} 希望以磅·呎⁻², 因此我們先將所有數據轉換成磅-呎-秒的單位。

$$\begin{aligned}\mu &= (0.7 \text{ cp}) (2.0886 \times 10^{-5}) \\ &= 1.46 \times 10^{-5} \text{ 磅秒呎}^{-2}\end{aligned}$$

速度分布是線性的; 因此:

$$\frac{dv}{dy} = \frac{\Delta v_x}{\Delta y} = \frac{-1.0 \text{ 呎秒}^{-1}}{0.001 \text{ 呎}} = -1000 \text{ 秒}^{-1}$$

以式 1-2 代入則可得到:

$$\begin{aligned}\tau_{yx} &= -\mu \frac{dv_x}{dy} = -(1.46 \times 10^{-5}) (-1000) \\ &= 1.46 \times 10^{-2} \text{ 磅} \cdot \text{呎}^{-2}\end{aligned}$$

若是使用式 1-8, 則必須先將 μ 轉換式下列:

$$\begin{aligned}\mu &= (0.7 \text{ cp}) (6.7197 \times 10^{-4}) \\ &= 4.7 \times 10^{-4} \text{ 磅}_m \text{ 呎}^{-1} \text{ 秒}^{-1}\end{aligned}$$

然後代入式 1-8 則得到:

$$\begin{aligned}\tau_{yx} &= -\frac{\mu}{g_c} \frac{dv_x}{dy} = -\frac{4.70 \times 10^{-4}}{32.174} (-1000) \\ &= 1.46 \times 10^{-2} \text{ 磅呎}^{-2}\end{aligned}$$

此結果與由式 1-2 所得之結果相吻合。

在表(A), (B)及(C)中, 一些 1 大氣壓下之純流體的實驗黏度數據被列出。注意, 在室溫下水的 μ 值約是 1 cp, 而空氣則約是 0.02cp。另外要注意的是, 低密度下之氣體, 其黏度隨著溫度的升高而增加, 而對於液體, 黏度通常隨著溫度的升高而降低。

表(A) 1 大氣壓下水及空氣的黏度

水 (lig.)			空氣		
溫度	黏度	動黏度	黏度	動黏度	黏度
$T (^{\circ}\text{C})$	$\mu (\text{cp})$	$\nu \times 10^2 (\text{cm}^2 \text{sec}^{-1})$	$\mu (\text{cp})$	$\nu \times 10^2 (\text{cm}^2 \text{sec}^{-1})$	$\mu (\text{cp})$
0	1.787	1.787	0.01716	13.27	
20	1.0019	1.0037	0.01813	15.05	

40	0.6530	0.6581	0.01908	16.92
60	0.4665	0.4744	0.01999	18.86
80	0.3548	0.3651	0.02087	20.88
100	0.2821	0.2944	0.02173	22.98

表(B) 大氣壓下一些氣體及液體的黏度

物 質	溫 度 $T (^{\circ}\text{C})$	黏 度 $\mu(\text{cp})$	物 質	溫 度 $T (^{\circ}\text{C})$	黏 度 $\mu(\text{cp})$
Gases			Liquids		
i-C ₄ H ₁₀	23	0.0076	(C ₂ H ₅) ₂ O	20	0.245
CH ₄	20	0.0109	C ₆ H ₆	20	0.647
H ₂ O	100	0.0127	Br ₂	26	0.946
CO ₂	20	0.0146	C ₂ H ₅ OH	20	1.194
N ₂	20	0.0175	Hg	20	1.547
O ₂	20	0.0203	H ₂ SO ₄	25	19.15
Hg	380	0.0654	Glycerol	20	1069.

表(C) 部分液態金屬的黏度

金 屬	溫 度 $T (^{\circ}\text{C})$	黏 度 $\mu(\text{cp})$
Li	183.4	0.5918
	216.0	0.5406
	285.5	0.4548
Na	103.7	0.686
	250	0.381
	700	0.182
K	69.6	0.515
	250	0.258
	700	0.136
Na - Kalloy	103.7	0.546
56% Nabywt	250	0.316
44% Kbywt	700	0.161
Hg	20	1.85
	20	1.55