

# 工程經濟講義

## 第一回

304390-1



社團  
法人  
考  
試

考  
友  
社

出版  
發行  
考  
試

# 第一講 術語與現金流量圖

## ◎ 命題重點 ◎

### 一、基本術語

#### (一)工程經濟的定義：

工程經濟乃是爲了簡化經濟上的互相比較所搜集的一些數學技術。應用這些技術，能發展出合理而有意義的途徑，從經濟的觀點去評估欲達成即定目標的各種不同方法。因此，工程經濟乃是一種協助作決策的工具，藉著它可以選擇出最經濟的方法。

#### (二)基本術語和基礎概念：

1. 方案：乃是爲給予某些情況下的一種明顯解。事實上，我們所做的事情都面臨到許多的交替方案。
2. 評估準則：評估準則被用來回答「我如何知道何者爲最佳？」的問題。是否我們對它瞭解與否？每天我們被這問題問好幾次。例如，當我們開車去上班時，在我們潛在的意識裏就會想：我們要採取「最佳」(best)的途徑。
3. 無形因素：譬如程序改變對員工士氣的影響，這就不能那麼容易地用金錢表達出來。當交替方案的等值成本相接近時，非數量化或無形的因素就可被用來作爲選擇最佳方案的基準了。
4. 貨幣的時間觀念：即如果今天我們選擇的金錢投資（例如存入銀行或儲蓄機構與借貸機構），到了明天，我們所累積的金錢將比原始的投資金額更多。這種經過一定期間金錢的改變，稱之爲貨幣的時間價值，在工程經濟上，它是非常重要的觀念。
5. 利息：貨幣的時間價值的表示稱之爲利息，它是衡量原始貸款額或投資額與最後積欠額或增加額的尺度。因此，若您在過去的某一時點投資一筆錢，則利息爲：

$$\text{利息} = \text{累積的總金額} - \text{原始的投資額} \quad (1-1)$$

反之，若您在過去的某一時點借入一筆款，則利息爲：

$$\text{利息} = \text{現在所欠的總金額} - \text{原始借款額} \quad (1-2)$$

6. 本金：原始的投資額或貸款額就稱之爲本金。

### 二、利息的計算

(一)當利息以每單位時間原始金額的百分比表示時，這結果就是利率，利率的計算如下：

$$\text{利率百分比} = \frac{\text{每單位時間利息的增加款}}{\text{原始金額}} \times 100\% \quad (1-3)$$

大致上共同的利率期間表示方式是一年；然而，有時候利率期間的表示方式是短於一年者（例如每月1%）。被用於表示利率的時間單位者稱之為利息週期。

- (二)一般利息期間為1年，利息的計算是在每一期的期末。當利息期間超出一年以上時，那就必須要確定利息償付的方法是採單利制（simple）或複利制（compound）。

### 三等值

(一)貨幣的時間價值和利率的混合運用產生了等值觀念，其意義指在不同時點上的不同金額具有相等的經濟價值，例如：若年利率為12%，則今天的 \$ 100將會等於1年後今天的 \$ 112。

(二)等值觀念可藉著不同的貸款償還表作更進一步例釋，每個表代表年利率為15%，貸款額 \$ 5,000，期間5年。表（1-1）代表四種償付方法的明細表，描述如下：

1. 計畫1：

每年不償付利息或本金，直到第5年才全部收回，每年利息滾入本金中再生息累積。

2. 計畫2：

每年償付利息而本金在第5年年底收回。

3. 計畫3：

每年付利息與20%的本金，亦即 \$ 1,000。因此，貸款額逐年減少，利息亦隨之逐年減低。

4. 計畫4：

每年支付等額，其中部份是本金的收回，其餘是所產生的利息，因之此種貸款餘額的減少比計畫3還要慢，此乃因為在每年年底償付等額，故利息減少的程度亦比計畫3為慢。

既然每種情況償付的總額都不同，甚至每一支付明細表都需要整整5年去償付貸款。這種總額償付的差異，當然可被解釋為貨幣的時間價值，因此每一計畫償付的總額就會不同。就等值的觀點而言，當年利率為15%時，第0年的 \$ 5,000等值於第5年年底的 \$ 10,056.80（計畫1），或4年中每年利息為 \$ 750與第5年年底的 \$ 5,750（計畫2），或從第1年至第5年逐年減少（計畫3），或5年中每年 \$ 1,491.58（計畫4）。這些公式將在第2和3講提出。在此我們能容易地指出：若年利率為15%，當收回每一計畫（第四欄）的償付時，再進行投資，則每一償付計畫在第5年年底將有 \$ 10,056.80的金錢總額可供利用。

表（1-1） 年利率15%，期間5年，\$ 5,000的不同償付明細表

(1)	(2)=0.15 (5)	(3)=(2)+(5)	(4)	(5)=(3)-(4)
年末	每年利息	年末積 欠總額	每一計畫 支付額	償付後餘額
計畫1				

0				\$ 5,000.00
1	\$ 750.00	5,750.00	\$ 0	5,750.00
2	862.50	6,612.50	0	6,612.50
3	991.88	7,604.38	0	7,604.38
4	1,140.66	8,745.04	0	8,745.04
5	1,311.76	10,056.80	10,056.80	0
			\$ 10,056.80	
計畫2				
0				\$ 5,000.00
1	\$ 750.00	\$ 5,750.00	\$ 750.00	5,000.00
2	750.00	5,750.00	750.00	5,000.00
3	750.00	5,750.00	750.00	5,000.00
4	750.00	5,750.00	750.00	5,000.00
5	750.00	5,750.00	5,750.00	0
			\$ 8,750.00	
計畫3				
0				\$ 5,000.00
1	\$ 750.00	\$ 5,750.00	\$ 1,750.00	4,000.00
2	500.00	4,600.00	1,600.00	3,000.00
3	450.00	3,450.00	1,450.00	2,000.00
4	300.00	2,300.00	1,300.00	1,000.00
5	150.00	1,150.00	1,150.00	0
			\$ 7,250.00	
計畫4				
0				\$ 5,000.00
1	\$ 750.00	\$ 5,750.00	\$ 1,491.58	4,258.42
2	638.76	4,897.18	1,491.58	3,405.60
3	510.84	3,916.44	1,491.58	2,424.86
4	363.73	2,788.59	1,491.58	1,297.01
5	194.57	1,491.58	1,491.58	0
			\$ 7,457.90	

#### 四單利與複利

(一)當涉及到一個以上的利息期間時就必須要考慮到單利和複利了。

(二)單利的計算是僅用本金而已，不計入在先前利息期間所增加的利息，利息總額可由下式計算之。

$$\text{利息} = (\text{本金}) \cdot (\text{週期數}) \cdot (\text{利率}) \quad (1-4)$$

(三)在計算複利時，利息週期中的利息是由本金加上先前週期中所累積的利息總額來計算。因此，複利之意義乃是“利上加利”(interest on top of interest) (亦即，它連利息亦反映出貨幣時間價值的效果)。

(四)複利的強力，透過另一種利息演練稱為“現在支付，後來享用”(Pay Now, Play Later)，能作更進一步解釋。它能顯示年利率為12%，下列二個計畫中之任何一個，累積到40年年末，都將接近\$1,000,000。

1. 計畫1：最初的6年內每年投資\$2,610，而後的34年內不必投資，或

2.計畫2：最初的6年內未投資，而於以後的34年內每年投資 \$ 2,600。

請注意：在計畫1的總投資額為 \$ 15,660，然而計畫2所需要相當6次累積的同等金額卻高達 \$ 88,400，複利的強力和您儘可能在早期回收計畫的明智抉擇，可從這個例釋中得到十分有力的證據。

- (五)一種有主趣的觀察關於複利計算中所涉及到的一筆原始投資額，要經過多少的時間才能達到兩倍的價值？所謂的以72為規則 (rule of 72) 能用來估計這時間，這規則是基於這個事實：當利息是複利時，原始一次投資達到兩倍價值所需的時間，大約相等於72被所採用的利率來除。例如：在年利率為5%，它大約需要14.4年 (亦即 $72/5=14.4$ ) 才能將原始的貨幣總額達到兩倍的價值。(實際時間需要14.3年) 表中，在不同利率下，達到兩倍價值，用以72為規則所估計出來的時間與實際時間相對照，您將會發現這種估計非常地適切。

表1-4 72規則對實際時間的兩倍時間估計

利率， 每期%	兩倍時間，第幾期	
	由規則估計	實際
1	72	70
2	36	35.3
5	14.4	14.3
10	7.2	7.5
20	3.6	3.9
40	1.8	2.0

- (六)欲求在某一期間內，達到兩倍金額的利率時，亦可用72除以該期間。因之，若期間為12年時，要求達到2倍金額的利率將是年利率為6% (亦即 $72/12=6$ )，顯然地，在單利的情況下，將可採用以100為規則 (rule of 100)，所得的答案仍是正確地。

### 五符號與其意義

(一)在工程經濟中所用的數學關係式使用下列符號：

P=代表目前時點的貨幣價值或總額；元，皮索……等。

F=未來時點的貨幣價值或總額；元，皮索……等。

A=一系列連續的、相等的，貨幣總額；元/每月，元/每年……等。

n=利息週期數；月，年……等。

i=每一利息期間的利率；每月的百分比，每年的百分比……等。

- (二)符號P與F代表單一時點所產生的價值；A表示發生在特定期間中每一利息期間都有相同的貨幣價值。必須瞭解的是目前總值P，代表在某些時間先前未來總額或均勻系列額單一期的貨幣總額；因此，時間數點不必在 $t=0$ 的位置上。這符號單

## 精選試題

一 GRQ 公司於 5 月 1 日投資 \$ 100,000，而剛剛好在一年後領回 \$ 106,000，試計算(一)從原始投資獲得的利息；(二)投資的利率？

答：(一)利息 = \$ 106,000 - \$ 100,000 = \$ 6,000

$$(二) 利率 = \frac{6,000 / \text{年}}{100,000} \times 100\% = 6\% / \text{年}$$

二 Joe Bilder 計畫借款 \$ 200,000，期間為 1 年，利息 15%，試計算(一)利息；(二)1 年後負債總金額是多少？

答：(一)所獲得的利息增加額

$$\text{利息} = \$ 200,000 \times (0.15) = \$ 3,000$$

(二)負債總額是本金加利息

$$\text{總負債} = \$ 20,000 + \$ 3,000 = \$ 23,000$$

三 如果您借款 \$ 1,000，期間 3 年，年利率 14%，單利計算之，試問 3 年後您所積欠的總額是多少？

答：3 年中每年利息計算如下：

$$\text{每年利息} = \$ 1,000 \times (0.14) = \$ 140$$

3 年的利息：

$$\text{利息總額} = \$ 1,000(3) (0.14) = \$ 420$$

最後，3 年後積欠總額是：

$$\$ 1,000 + \$ 420 = \$ 1,420$$

四 若您借入 \$ 1,000，年利率為 14%，複利計算之，試求三年期滿時之負債總額？

答：每年的利息與負債總額計算如下：

$$\text{第一年利息} = \$ 1,000 (0.14) = \$ 140$$

$$\text{第一年期滿後負債總額} = \$ 1,000 + \$ 140 = \$ 1,140$$

$$\text{第二年利息} = \$ 1,140 (0.14) = \$ 159.60$$

$$\text{第二年期滿後負債總額} = \$ 1,140 + \$ 159.6 = \$ 1,299.60$$

$$\text{第三年利息} = \$ 1,299.60 (0.14) = \$ 181.94$$

$$\text{第三年期滿後負債總額} = \$ 1,299.6 + \$ 181.94 = \$ 1,481.54$$

五 如果您現在借款 \$ 2,000，而必須在 5 年以後償還借款加利息，若年利率為 12%，則您必須償還的總額為若干？請列出 P，F，n 與 i 的數值？

答：本題解答僅涉及到 P 與 F，而不涉及到 A，因為所有的交易都是一次支付，數值如

下：

$$P = \$2,000$$

$$F = ?$$

$$i = \text{每年}12\%$$

$$n = 5\text{年}$$

六如果您現在借款 \$2,000，年利率為17%，期間5年，每年必須均等償還，問您應該償還的情形如何？試決定本題數值所涉及的符號。

答：P = \$2,000

$$A = 5\text{年之內每年若干}$$

$$i = \text{每年}17\%$$

$$n = 5\text{年}$$

F值並未涉及

七如果您在1988年5月1日存入 \$500，年利率為17%，則在今後的10年內，您每年可領若干？請列出符號數值。

答：P = \$500

$$A = \text{每年若干}$$

$$i = \text{每年}17\%$$

$$n = 10\text{年}$$

八如果您在7年之內每年存款 \$100，年利率為16%，試問在7年後，您一次可提出若干額？請定義各符號及其意義。

答：在本例中，每年存款額均相等為A，F代表未來某一時點的提款額，在此沒有P值。

$$A = 7\text{年之內，每年} \$100$$

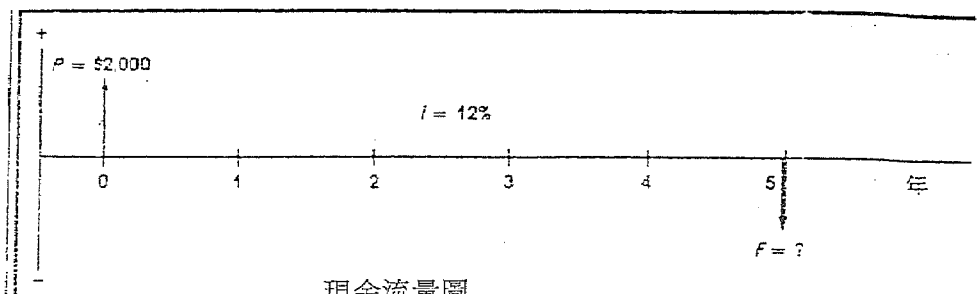
$$F = ?$$

$$i = \text{每年}16\%$$

$$n = 7\text{年}$$

六借款P = \$2,000，而在5年後需償還F，試建立現金流量圖，假設年利率為12%。

答：



現金流量圖

六如果您現在開始每年存款 \$1,000 (A)，共存5年，年利率為17%，試問