

輸送現象講義

第一回

503403-1



社團
法人
考
試
法

考
友
社

出版
發行

第一講 動量傳送—黏度及動量輸送的機構

命題重點

一、牛頓黏度定律

(一)考慮一種包含於面積為 A 的兩大平行板中之流體—不論是氣體或液體，此二平板各處的距離，都是一個很小的 Y 值。(見圖 1-1)。我們可想像此系統起初是靜止的，但是當時間 $t = 0$ 時，底部的平板朝著 x 方向，以固定的速度 V 運動。當時間進行時，此流體獲得了動量，最後穩態下的速度分布曲線即建立起來，如圖 1-1 所顯示。當此種最終的穩態運動已達到時，即需要一個固定的力 F ，以維持底部平板的運動。

(二)此種力可以下式表示(假設流動是層流時)(式 1-1)：

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{V}{Y}$$

亦即單位面積上的 x_1 與 Y 距離上速度的遞減率成正比，其比例常數 μ 稱為流體的黏度。

(三)若以一個稍微明顯的形式重寫式 1-1：由較小 y 值區域中之流體，以 x 的方向作用於固定一個 y 值區域中之流體表面上的剪切應力，以符號 τ_{yx} 表示，而流體速度向量中之 x 分量，則以 v_x 表示。注意， v_x 不等於 $\partial v / \partial x$ ，故式 1-1 可改寫成(式 1-2)：

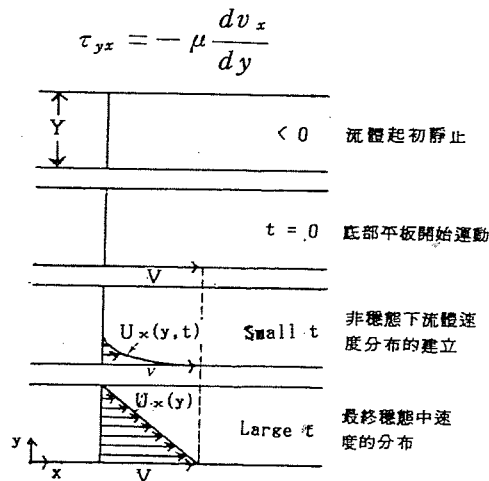


圖 1-1 包含於兩平板間，穩態層流之速度分布曲線的建立

(四)式 1-2 可以另一種形式表示，在 $y = 0$ 處之移動表面的極靠近處，此流體需要一定量的 x —動量。因此，此流體傳送其一部分的動量，到鄰近的液體“層”上，使其能保持 x —方向上的運動。因此， x —動量以 y —方向傳經過流體。其結果是， τ_{yx} 也可以 x —動量在 y —方向上的黏度通量表示。此種表示方式，可與動量輸送過程的分子特性，作一個較佳的連繫，並且關連到能量及質量的輸送現象。此外， τ_{yx} 的傳統符號設定，有利於以動量通量的觀念來想像。

(五)由式 1-2 也可看出，黏性的動量通量，是以速度梯度的負方向流動，亦即動量有著速度遞減的方向傳送的趨勢。換句話說，動量是由一個高速度的區域，向下坡“滑”到一個低速度的區域。

(六)若是有一種符號來代表黏度除以流體質量密度（質量每單位體積），將會非常有用。因此我們定義一個量 ν 如下（式 1-3）：

$$\nu = \mu / \rho$$

稱之為動黏度。

對於一些已定義過的量，在此亦加以描述一下。所用的是 cgs 系統中最簡單的情況（式 1-4）：

$$\begin{aligned}\tau_{yx} & \{ = \} \text{ dyne cm}^{-2} \\ v_x & \{ = \} \text{ cm sec}^{-1} \\ y & \{ = \} \text{ cm}\end{aligned}$$

因為式 1-2 的兩邊，必須在單位及數值上皆能配合，因此我們可以 CGS 系統將 μ 的單位解出如下（式 1-5）：

$$\begin{aligned}\mu & = -\tau_{yx} \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^{-1} \quad \{ = \} (\text{gcm}^{-1} \text{sec}^{-2}) (\text{cm sec}^{-1} \text{cm}^{-1})^{-1} \\ & \quad \{ = \} \text{gcm}^{-1} \text{sec}^{-1}\end{aligned}$$

因此（式 1-6）：

$$\nu = \mu / \rho \quad \{ = \} \text{cm}^2 \text{sec}^{-1}$$

其中的 cgs 單位克公分⁻¹秒⁻¹ 稱為泊（poise），大部分的黏度數據，不是以此種單位表示，就是以厘泊（1 cp = 0.01poise）表示。在英制系統中的一組相似單位系統為（式 1-7）：

$$\begin{aligned}\tau_{yx} & \{ = \} \text{磅達} \cdot \text{呎}^{-2} \\ v_x & \{ = \} \text{ft sec}^{-1} \\ y & \{ = \} \text{ft} \\ \mu & \{ = \} \text{lb}_m \text{ft}^{-1} \text{sec}^{-1} \\ \nu & \{ = \} \text{ft}^2 \text{sec}^{-1}\end{aligned}$$

這些單位都可與式 1-2 相配合。因為不常以磅達為力的單位來處理，所以大部分人都喜歡將式 1-2 改寫成（式 1-8）：

$$g_c \tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy}$$

在式 1-8 中各個單位如下（式 1-9）：

$$\begin{aligned} \tau_{yx} & \text{ [=] } \text{ lb}_f \text{ ft}^{-2} \\ v_x & \text{ [=] } \text{ ft sec}^{-1} \\ y & \text{ [=] } \text{ ft} \\ \mu & \text{ [=] } \text{ lb}_m \text{ ft}^{-1} \text{ sec}^{-1} \\ g_c & \text{ [=] } (\text{ lb}_m / \text{ lb}_f) (\text{ ft sec}^{-2}) \text{ 磅達 / 磅} \end{aligned}$$

在這些單位中， g_c 的數值，即“重力轉換因數”的數值是 32.174。注意式 1-8 中的 $g_c \tau_{yx}$ ，其單位是磅達·呎⁻²，而且此量除以 g_c 則得到 τ_{yx} 單位為磅·呎⁻²。

二、非牛頓流體

(一)依照式 1-2 的牛頓黏度定律，對於一個給定流體，作 τ_{yx} 對 (dv_x/dy) 的圖，應得到一條通過原點的直線，而且此直線的斜率，即是此流體在給定之溫度及壓力的黏度值。(見圖 1-2)

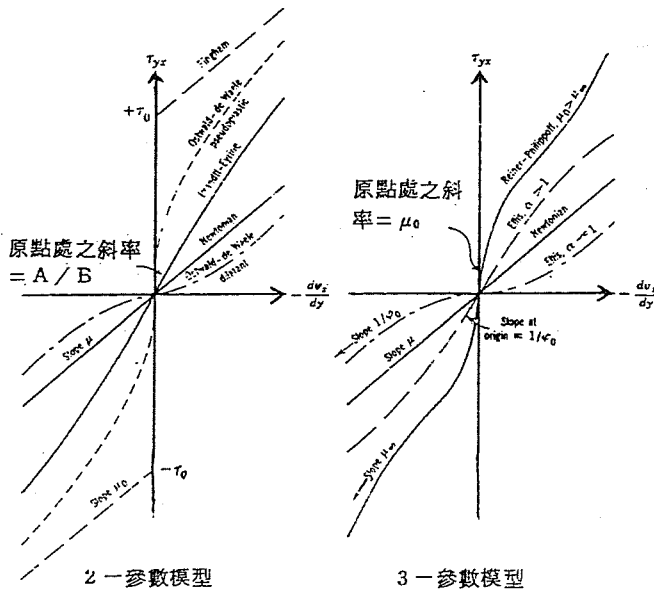


圖 1-2 穩態非牛頓模型的摘要 (牛頓模型也顯示出作為參考)

實驗也已顯示， τ_{yx} 的確正比例於 (dv_x/dy) ，這是對所有的氣體，及非聚合液體而言。可是，在工業上只有很少數的重要物質，不能以式 1-2 來描述，而此類物質被視為非牛頓流體。

(二)在圖 1-1 之情況下的大部分流體，其穩態下流變行為，可以式 1-2 的一般化形式表示出 (式 1-10)：

$$\tau_{yx} = -\eta \frac{dv_x}{dy}$$

其中的 η 可以表示成 dv_x/dy 或 τ_{yx} 的函數。當 η 隨著剪切速率 $(-dv_x/dy)$ 的增加而減少時，此種行為稱為擬塑性 (pseudoplastic) 當 η 隨著剪切速率的增加而增加時，此種行為則稱作膨脹性 (dilatant)。若是 η 與剪切速率無關，則其行為

精選試題

一、參考圖1-1,以磅·呎⁻²來計算穩態下的動量通量 τ_{yx} ,其狀況如下:底部平板朝 x 一方向移動速率 V 是1呎/秒,板間隔 Y 是0.001呎,而流體黏度 μ 是0.7 cp。

【解】因為 τ_{yx} 希望以磅·呎⁻²,因此我們先將所有數據轉換成磅-呎-一秒的單位。

$$\begin{aligned}\mu &= (0.7 \text{ cp}) (2.0886 \times 10^{-5}) \\ &= 1.46 \times 10^{-5} \text{ 磅秒呎}^{-2}\end{aligned}$$

速度分布是線性的;因此:

$$\frac{dv}{dy} = \frac{\Delta v_x}{\Delta y} = \frac{-1.0 \text{ 呎秒}^{-1}}{0.001 \text{ 呎}} = -1000 \text{ 秒}^{-1}$$

以式1-2代入則可得到:

$$\begin{aligned}\tau_{yx} &= -\mu \frac{dv_x}{dy} = -(1.46 \times 10^{-5}) (-1000) \\ &= 1.46 \times 10^{-2} \text{ 磅} \cdot \text{呎}^{-2}\end{aligned}$$

若是使用式1-8,則必須先將 μ 轉換式下列:

$$\begin{aligned}\mu &= (0.7 \text{ cp}) (6.7197 \times 10^{-4}) \\ &= 4.7 \times 10^{-4} \text{ 磅}_m \text{ 呎}^{-1} \text{ 秒}^{-1}\end{aligned}$$

然後代入式1-8則得到:

$$\begin{aligned}\tau_{yx} &= -\frac{\mu}{g_c} \frac{dv_x}{dy} = -\frac{4.70 \times 10^{-4}}{32.174} (-1000) \\ &= 1.46 \times 10^{-2} \text{ 磅呎}^{-2}\end{aligned}$$

此結果與由式1-2所得之結果相吻合。

在表(A), (B)及(C)中,一些1大氣壓下之純流體的實驗黏度數據被列出。注意,在室溫下水的 μ 值約是1 cp,而空氣則約是0.02cp。另外要注意的是,低密度下之氣體,其黏度隨著溫度的升高而增加,而對於液體,黏度通常隨著溫度的升高而降低。

表(A) 1大氣壓下水及空氣的黏度

水 (lig.)			空氣	
溫度	黏度	動黏度	黏度	動黏度
$T (^{\circ}\text{C})$	$\mu (\text{cp})$	$\nu \times 10^2 (\text{cm}^2 \text{sec}^{-1})$	$\mu (\text{cp})$	$\nu \times 10^2 (\text{cm}^2 \text{sec}^{-1})$
0	1.787	1.787	0.01716	13.27
20	1.0019	1.0037	0.01813	15.05

40	0.6530	0.6581	0.01908	16.92
60	0.4665	0.4744	0.01999	18.86
80	0.3548	0.3651	0.02087	20.88
100	0.2821	0.2944	0.02173	22.98

表(B) 大氣壓下一些氣體及液體的黏度

物質	溫度 $T(^{\circ}\text{C})$	黏度 $\mu(\text{cp})$	物質	溫度 $T(^{\circ}\text{C})$	黏度 $\mu(\text{cp})$
Gases			Liquids		
i-C ₄ H ₁₀	23	0.0076	(C ₂ H ₅) ₂ O	20	0.245
CH ₄	20	0.0109	C ₆ H ₆	20	0.647
H ₂ O	100	0.0127	Br ₂	26	0.946
CO ₂	20	0.0146	C ₂ H ₅ OH	20	1.194
N ₂	20	0.0175	Hg	20	1.547
O ₂	20	0.0203	H ₂ SO ₄	25	19.15
Hg	380	0.0654	Glycerol	20	1069.

表(C) 部分液態金屬的黏度

金屬	溫度 $T(^{\circ}\text{C})$	黏度 $\mu(\text{cp})$
Li	183.4	0.5918
	216.0	0.5406
	285.5	0.4548
Na	103.7	0.686
	250	0.381
	700	0.182
K	69.6	0.515
	250	0.258
	700	0.136
Na - Kalloy	103.7	0.546
56% Nabywt	250	0.316
44% Kbywt	700	0.161
Hg	20	1.85
	20	1.55

Pb	100	1.21
	200	1.01
	441	2.116
	551	1.700
	844	1.185

二、給定 N_2 的 $M = 28.0 \text{ g/g-mole}$, $p_c = 33.5 \text{ atm}$ 及 $T_c = 126.2^\circ K$ 求其 $50^\circ C$ 及 854 atm 時的黏度值。

【解】華特生—猶哈拉 (Watson-Uyehara) 方法在此處可用上。

以式 1-11 來估計 μ_c , 吾人可得:

$$\begin{aligned}\mu_c &= 7.70(28.0)^{1.2} (33.5)^{2.3} (126.2)^{-16} \\ &= 189 \text{ 微泊} \\ &= 189 \times 10^{-6} \text{ g cm}^{-1} \text{ sec}^{-1}\end{aligned}$$

其簡化溫度及壓力為:

$$T_r = \frac{273.2 + 50}{126.2} = 2.56$$

$$p_r = \frac{854}{33.5} = 25.5$$

由圖 1-3, 我們可讀得 $\mu/\mu_c = 2.39$ 。因此預測的黏度值是:

$$\begin{aligned}\mu &= \mu_c (\mu/\mu_c) \\ &= 189 \times 10^{-6} \times 2.39 \\ &= 452 \times 10^{-6} \text{ g cm}^{-1} \text{ sec}^{-1}\end{aligned}$$

測量的數值⁵ 是 $455 \times 10^{-6} \text{ g cm}^{-1} \text{ sec}^{-1}$ 。這是非常地吻合。

三、 CO_2 的黏度值據報告⁶ 是 1800×10^{-7} 泊, 且是在 45.3 atm , $40.3^\circ C$ 狀況下。試估計 114.6 atm 及 $40.3^\circ C$ 下的黏度值; 使用圖 1-4。

【解】相關於所給定之黏度值的簡化溫度及壓力是:

$$T_r = \frac{273.2 + 40.3}{304.2} = 1.03$$

$$p_r = \frac{45.3}{72.9} = 0.622$$

由圖 1-4 吾人可讀得 $\mu = 1.12$ 在此狀況下時; 因此, $\mu^0 = \mu/\mu^* = 1610 \times$