

數 學 講 義

第 一 回

106530-1



社團法 人 考友社 出版發行

數學講義 第一回 目錄

第一講 數學 (一)	1
命題重點	1
重點整理	2
一、數與數線	2
二、分數的運算	6
三、一元一次方程式	9
精選試題	12

第一講 數學 (一)

命題重點

一、數與數線

- (一) 正數與負數
- (二) 數線
- (三) 數的大小和絕對值
- (四) 整數的加減法
- (五) 整數的乘除法

二、分數的運算

- (一) 因數與倍數
- (二) 分數的加減法
- (三) 分數的乘除法
- (四) 分數的四則運算

三、一元一次方程式

- (一) 基本概念
- (二) 一元一次方程式的列式與解法

重點整理

一、數與數線

(一)正數與負數：

1.數與量：

- (1)在數的後面，附上一個單位即為量。
- (2)一個量去掉單位，就是數。

2.量的大小與計算：

- (1)量的計算可以轉換為數的計算，最後在答案附上單位即可。
- (2)不同類量不能比較大小，但同類量比較大小時必須化為同單位。

3.正數與負數：

- (1)凡大於 0 的數，叫做正數，即正數 > 0
- (2)凡小於 0 的數，叫做負數，即負數 < 0
- (3)“0”不是正數，亦不是負數；“0”為中性數（或整數）。

4.整數：

- (1)正整數（自然數）：1、2、3、……。正整數最小是 1，沒有最大。
- (2)零：0。
- (3)負整數：-1、-2、-3、……。負整數最大是 -1，沒有最小。

5.性質符號與運算符號：

- (1)符號“+”與“-”用來表示一個數是正數或負數的符號，叫做性質符號。
- (2)符號“+”與“-”用來表示加法運算與減法運算的符號，叫做運算符號。

(二)數線：

1.數線構成的三大基本要素：

- (1)原點。
- (2)方向：向右為正向，加畫一個箭頭。

(3)單位長。



2. 數線上的點與數：

- (1)在數線上每一個點都可以用一個數來表示，即每一個數（整數、分數、小數）在數線上都可以用一點來表示。
- (2)在原點左邊的為負數，在原點右邊的為正數，0 在原點上。
- (3)數線上，愈向右的點所表示的數愈大，且右邊點的數大於左邊點的數。
- (4)數線上與某一定點等距離的點有兩個，在定點的左、右各一個。

3. 相反數：在數線上，與原點距離相等但方向相反的兩個點所表示的數。如：4及-4。

- (1)不論甲數是正數、負數，甲的相反數必是一甲，一甲的相反數必是甲。
- (2)兩數互為相反數，其和為 0。若 $a+b=0$ ，則 a 與 b 互為相反數。
- (3)每一個數都有 1 個相反數。（0 的相反數就是 0）

4. 距離與中點的求法：

設一數線上有 $A(a)$ 、 $B(b)$ 兩點，則：

- (1)距離 $\overline{AB} = |b-a|$ 。
- (2) \overline{AB} 的中點坐標 $= \frac{a+b}{2}$ 。

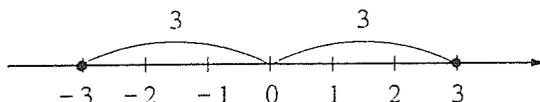
(三)數的大小和絕對值：

1. 三一律：比較甲、乙兩數的大小時，下列三種關係，恰有一種成立
 - (1)甲 $>$ 乙；(2)甲 = 乙；(3)甲 $<$ 乙。
2. 遞移律：對於任意三數甲、乙、丙：
 - (1)若甲 $>$ 乙，且乙 $>$ 丙，則甲 $>$ 丙。
 - (2)若甲 = 乙，且乙 = 丙，則甲 = 丙。
 - (3)若甲 $<$ 乙，且乙 $<$ 丙，則甲 $<$ 丙。

3. 絕對值：在數線上，表示一個數的點與原點的距離，叫做這個數的絕對值。

如下圖，3 與 -3 和原點的距離都是 3，

即 $|3| = 3$ ， $|-3| = 3$



(1) 任意數 x 的絕對值必為正數或 0，即 $|x| \geq 0$ 。

(2) 若 $|A| + |B| = 0$ ，則 $A = 0$ ， $B = 0$ 。

(3) A 、 B 兩點的距離 $\overline{AB} = |a - b|$ 。

(4) ① 在正數中，絕對值愈大的數，其值愈大。

② 在負數中，絕對值愈大的數，其值愈小。

(5) 設 n 為正整數，則絕對值小於 n 的

① 正整數有 $(n - 1)$ 個。

② 負整數有 $(n - 1)$ 個。

③ 整數有 $(2n - 1)$ 個。

④ 分數有無限多個。

4. 絕對值基本性質：設 a 、 b 為實數，則：

$$(1) |a| \geq 0 \quad \therefore |a| = \begin{cases} a & (\text{當 } a \geq 0) \\ -a & (\text{當 } a < 0) \end{cases}$$

$$(2) |a - b| = |b - a| = \begin{cases} a - b & (\text{當 } a \geq b) \\ b - a & (\text{當 } a < b) \end{cases}$$

$$(3) |x| = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm a & (\text{當 } a \geq 0) \\ x \text{ 不存在} & (\text{當 } a < 0) \end{cases}$$

(四) 整數的加減法：

1. 整數的加法：

(1) 兩負數相加法則：以兩數的絕對值相加，其和的前面冠以“-”號。

(2) 異號數相加法則：兩異號數相加，先將兩數的絕對值相減（大的-小的），其差的前面再冠以絕對值較大者的性質符號。

①若 $| \text{正數} | > | \text{負數} |$ ，則正數加負數為一正數。

②若 $| \text{負數} | > | \text{正數} |$ ，則正數加負數為一負數。

2. 整數加法的性質：

(1)如果兩個數互為相反數，那麼它們的和必為 0。

(2)加法交換律： $a + b = b + a$

(3)加法結合律： $a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$

(4)加法單位元素 0： $a + 0 = a$

3. 整數的減法：

(1)減去一個正數，就等於加上這個正數的相反數。

(2)減去一個負數，就等於加上這個負數的相反數。

(3)加、減混合時，由左到右依序相加、減，若有括號，則括號先做。

(4)整數的減法不具有交換律及結合律。

(五) 整數的乘除法：

1. 整數的乘法：

(1)兩個同號數相乘，其乘積為正數。

(2)兩個異號數相乘，其乘積為負數。

2. 整數的乘法性質：

(1)任意數與零的乘積都是零。

(2)交換律： $a \times b = b \times a$ 。

(3)結合律： $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ 。

(4)分配律： $a \times (b \pm c) = a \times b \pm a \times c$ 。

3. 整數的除法：

(1)兩個同號數相除，結果為正數。

(2)兩個異號數相除，結果為負數。

(3)連續相乘時：①先決定正、負號；②再將其絕對值相乘。

若有奇數個負數，其積為負數；若有偶數個負數，其積為正數。

(4)零除以一個不為零的數結果是零。

(5) $0 \div 0$ 為無意義，也就是說 0 不能當除數。

4. 指數律：設 m 、 n 為整數，則：

(1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(2) $(a^m)^n = a^{m \times n}$

(3) $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

(4) $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 或 $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} (a \neq 0)$

(5) $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n} (b \neq 0)$

(6) 若 $a \neq 0$ 時，則 $a^0 = 1$ ，但 0^0 為無意義。(7) (負數)^{奇次方} \Rightarrow 為負數。(負數)^{偶次方} \Rightarrow 為正數。

5. 整數的四則運算：

(1) 無括號時，自左而右，先乘除後加減，依次計算。

(2) 若有括號，按 ()，[]，{ } 順序依次計算。

二、分數的運算

(一) 因數與倍數：

1. 因數與倍數：

設 a 、 b 、 c 都是整數，且 $b \neq 0$ ，若 $a = b \times c$ ，則 b 與 c 叫做 a 的因數， a 叫做 b 與 c 的倍數。

(1) 1 是任何整數的因數。

(2) 0 是任何不等於 0 之整數的倍數。

但 0 不能當因數（除數）。

2. 質數：

(1) 一個大於 1 的正整數，除了它本身和 1 以外，不再有其他正的因數，這個數叫做質數。

(2) 0 與 1 均不是質數。

(3) 最小的質數是 2；質數中唯一的偶數是 2，其餘均為奇數。

(4) 一個質數只能寫成 1 與本身的乘積。

(5) 1 到 100 有 25 個質數，由小到大，依次為 2，3，5，7，11，13，17，19，23，29，31，37，41，43，47，53，59，61，67，71，73，79，83，89，97。

3. 質因數：如果一個整數的因數是一個質數，我們稱這個因數是這個整數的質因數。

如：2 和 3 是 24 的質因數，但 4 和 6 不是 24 的質因數。

4. 質因數的識別法則：

名 稱	識 別 法 則
2 的 倍 數	個位數字為偶數 (0, 2, 4, 6, 8)。 例：5974, 2578
3 的 倍 數	各位數字的和為 3 的倍數。 例：351, 152643
5 的 倍 數	個位數字是 5 或 0。 例：515, 357210
11 的 倍 數	各位數字由左而右一加一減的結果是 0 或 11 的倍數。 例：533236
4 的 倍 數	末兩位數為 4 的倍數。 例：172468 \Rightarrow 68 為 4 的倍數。
8 的 倍 數	末三位數為 8 的倍數。 例：6137544 為 8 的倍數。
9 的 倍 數	各位數字的和為 9 的倍數。 例：738 \Rightarrow 7+3+8=18 為 9 的倍數。

5. 標準分解式：

把一個大於 1 的正整數，分解成質因數的乘積，這樣分解到不能再分解的式子，叫做它的標準分解式。

(1) 質因數相同時，寫成幾次方的形式。

(2) 質因數小的寫在前面，質因數大的寫在後面。

如：540 的標準分解式為 $2^2 \times 3^3 \times 5$ 。

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 540} \\
 \underline{270} \\
 2 \overline{) 270} \\
 \underline{135} \\
 3 \overline{) 135} \\
 \underline{45} \\
 3 \overline{) 45} \\
 \underline{15} \\
 3 \overline{) 15} \\
 \underline{5}
 \end{array}$$

6. 最大公因數：

(1) 幾個整數的正公因數中，最大的一個稱為這些整數的最大公因數。

(2) (a, b) 表 a 、 b 的最大公因數。

(3) 幾個整數的公因數就是它們的最大公因數的因數。

7. 最小公倍數：

(1) 幾個整數的正公倍數中，最小的一個稱為這些整數的最小公倍數。