

心理與教育統計學講義

第一回

405590-1



社團法 考友社 出版發行

心理與教育統計學講義第一回 目錄

第一講 緒論.....	1
壹、基本概念.....	1
貳、名詞解釋.....	2
參、統計圖表的製定.....	5
◆精選試題◆	17
第二講 集中量數與變異量數.....	22
壹、集中趨勢的度量.....	22
貳、變異量數.....	42
◆精選試題◆	56

第一講 緒論

◎ 命題重點 ◎

壹、基本概念

一、描述統計 (*Descriptive Statistics*)

主要研究如何整理心理與教育科學實驗或調查得來的大量數據，描述一組數據的全貌，表達一件事物的性質。具體內容有：數據如何分組，如何使用各種統計表與統計圖的方法去描述一組數據的分組及分配情況，如何通過一組數據計算一些特徵數，簡縮數據，進一步顯示與描述一組數據的全貌。例如表示數據集中情況的特徵數的計算與表示方法，像算術平均數、中數、眾數、幾何平均數、調和平均數等的計算方法與應用。表示數據分散情況的各種特徵數的計算與表示方法，像平均差、標準差、變異係數與四分差的計算方法及如何應用等。表示一事物兩種或兩種以上性質之間關係情況的各種相關係數的計算及應用條件，還有描述數據分配特徵的峰度及偏度係數的計算方法等等。研究這些統計方法在心理與教育科學中的應用，都屬於描述統計學的內容。上述這些描述統計的方法，可用於只表示局部情形的一組數據，也可以用於全面調查或實驗中所獲得的表示整體情形的數據，它可使雜亂無章的數字更好地顯示事物的某些特徵，有助於說明問題的實質。

二、推論統計 (*Inferential Statistics*)

主要研究如何透過局部數據所提供的訊息，推論母體 (*population*，或稱全局、總體) 的情形。這個問題是統計學中較為重要的，也是應用較多的內容。心理和教育科學的實驗研究，很難實現對所要研究的問題的全體逐一地進行實驗觀測，這裏就存

在如何從局部的數據估計母體的情況，如何對假設進行檢驗與估計，如何對影響事物變化的因素進行分析，如何對兩件事物或多種事物之間的差異進行比較等等。這是推論統計這一部分所要研究的問題。這一部分所要講述的統計方法大致包括以下一部分內容：

(一)計數資料假設檢驗方法。在心理和教育科學研究中，有許多事物的屬性不能用一定的單位進行測量，例如生死、男女、升學、就業、贊成、反對等等只能用具有相同屬性的個體的計數來分析，這裏包括常用的百分數檢驗方法、 χ^2 檢驗等。

(二)假設檢驗的各種方法。大樣本的檢驗方法又稱之為z檢驗法，小樣本的檢驗方法又稱之為t檢驗法、變異數分析的方法、迴歸分析方法等等。

(三)母體母數特徵值的估計方法——有時也稱母體母數的估計方法。

四各種非母數的統計方法等等。

三、實驗設計 (*Experimental Design*)

是統計學中最近幾十年才發展起來的一部分內容，它的主要目的在於研究如何科學地、經濟地以及更有效地進行實驗。作為一個嚴謹的實驗研究，在實驗以前就要對研究的步驟、被試的取樣方法、實驗條件的控制，以及對結果的統計分析方法等等做出嚴格的設計。

貳、名詞解釋

一、隨機變量 (*Random Variable*)

在相同條件下進行的實驗或觀察，其可能結果不只一個，事先無法確定，這類現象稱為隨機現象。隨機現象的各種結果總是可以由一定的數量來表現，而表現為實驗結果數值的不確定性，因而稱為變量。這種變量受隨機因素的影響，呈現隨機變化，具

有偶然性的一面，但也具有規律性的一面。通過大量的實驗或觀察，這種規律性可以揭示出來。我們把這種具有變化規律的變量稱為隨機變量。

二、母體、樣本、個體

母體 (population, 又稱總體或母群體), 樣本 (sample) 與個體 (individual) 是統計學中常用的名詞。

基本單元稱為個體。從母體中抽取的一部分個體, 稱為母體的一個樣本。

母體是某一類所欲研究的對象的全體, 母體的大小 (population size), 隨所研究的問題而變, 母體包含的個體有時是有限的, 有時又是無限的, 有限個體的數目常用 N 表示, 構成母體的個體不限於指人或物, 也可指心理活動, 例如反應時間、推理能力、學習方法等等。

個體是構成母體的一個單元, 在心理與教育研究中, 有時是指「人」, 有時是指某種實驗條件下的某一個反應, 或指每一個實驗結果、每一個數據等等, 有時候又叫做一個隨機事件或樣本點。這樣, 母體又被稱作樣本空間。樣本是由母體的一部分構成的, 在心理與教育研究中, 樣本可以是實驗中所選取的一組被試的實驗結果, 或一個被試的多次結果等等。有時把樣本又稱作樣本點的某個集合。實驗中被試的數目, 或一個觀測重複的次數, 被稱作樣本的大小 (sample size), 有時又稱作樣本容量, 樣本大小常用 n 表示。一般情況下, 在心理與教育統計學中, 將個體數目超過30的樣本稱為大樣本, 等於或小於30的樣本稱為小樣本。樣本越大, 對母體的代表性就愈強, 樣本小時, 個別數值的變化會對整個統計結果發生重大影響。因此, 樣本不同, 統計方法也不同。心理與教育科學的實驗研究總是通過樣本進行的, 而且樣本具有一定的代表性, 在一定的程度上能反映母體的情況, 如果採用隨機取樣, 還可通過樣本推論母體情況。另外, 樣本也是變化的, 在一定情況下亦可轉變為母體, 這都需要依實際的研究而

定。

三、次數、頻率和概率

(一)次 數:

在一項研究中，我們對隨機現象進行觀察試驗，在一定條件下，本質不同的事情可能出現，也可能不出現，這種事情稱為隨機事件，簡稱爲事件。次數 (frequency) 是指某一事件在某一類別中出現的數目，又稱爲頻數，一般用符號 f 表示。

(二)頻 率:

又稱相對次數 (relative frequency)，即某一事件的次數被總的事件數目除，亦即某一數據出現的次數被這一組數據數目的總數除。頻率 (frequency proportion) 常用比例 (proportion) 來表達，有時也用百分數 (percentage) 表示。

(三)概 率:

又稱機率也稱爲或然率，常用符號 P 表示。是指某事件在無限的觀測中所能預料的相對出現的次數。換一句話說，就是某一事物或某種情況在某一母體中出現的比率。概率 (probability) 常用比例表示。如果把出現或發生具有性質 A 的情況稱爲 A 事件，事件 A 出現的次數爲 m ，總的事件次數爲 n ，那麼概率 $P_{(A)} = m/n$ ，這是概率的古典定義，只能在有限的母體中應用。

四、統計量與母數

統計量 (statistic) 又稱爲統計特徵數，是根據科學研究實驗所獲得的一組觀測值計算出來的一些量數，它可以描述一組數據的情況，如描述一組數據集中情況的統計量稱爲平均數，用符號 \bar{X} 或 \bar{Y} 表示 (不只這一種，還有其他的表示)。表示一組數據散布情況的統計量稱爲標準差，用符號 S 或 SD 表示 (也不只這一

種)，表示對某一事物的兩種特性的觀察有無一致性情況的統計量稱為相關係數，用符號 r 表示，表示某一事物兩種特性之間數量關係的統計量稱為迴歸係數，用符號 b_{XY} 或 b_{YX} 表示等等，統計量還有許多。

母數 (parameter) 或稱參數又稱母體參數，是指描述一個母體情況的一些統計指標，如反映母體集中情況的統計指標稱為母體平均數或期望值，用符號 μ 表示。反映母體分散情況的統計指標稱為標準差，用 σ 表示，有時也常用變異數 σ^2 表示。表示某一事物兩特性母體之間關係的統計指標稱為相關係數，用符號 ρ 表示。表示兩特性之間數量關係的統計指標為迴歸係數，用符號 β 表示，等等。從上面所述可見，統計量是描述一組數據情況的統計指標，二者 (母數與統計量) 所用名稱基本相同，但符號是不一樣的，學習時要注意符號的區別，另外還有一層意思，當已知某一母體母數時，該母體所有數據——隨機變量的分配特點，也意味著已知，母體分配常可用一定的數學表達式——分配函數表示，決定這個分配函數的主要參變量——就是母體母數。母體母數與統計量之間還有一定的關係。從數值計算上講，當母體的大小已知並與實驗觀測的總次數相同時，這時統計量與母體母數是指的同一個統計指標，當母體為無限時，統計量與母體母數不同，但統計量可在某種程度上作為母體母數的估計值。

參、統計圖表的製定

(壹) 數據的統計分類

數據的統計分類又稱統計分組。對研究中所獲得的大量數據進行統計分組是對數據進行整理的第一步。所謂統計分組，就是根據被研究對象的特徵，將所得數據劃分到各個類別中去。對觀測數據進行分類，在實驗觀測前、觀測中、觀測後都要進行。例

如人們在進行調查時。從來都是按一定類別計數，如房間內桌子是多少、椅子是多少；對某項教育措施贊成的人多少、反對的人多少、不表態的人多少等等。在整理數據時的分類工作，就是對觀測中的分類再次核對、加工，使分類更趨合理、正確，這樣才能使對數據的進一步分析研究建立在比較堅實的基礎上。

一、數據分組前的準備

在心理與教育研究中，採用一定的觀測手段，可得到大量的計數數據或測量數據。但是這些數據在獲得過程中，由於實驗者所掌握的觀測標準不同，觀測儀器的靈敏度不同，以及觀測者方面某些異常因素的影響，都可以使觀測結果產生一些因過失而造成的誤差。因此，在對數據進行分組之前，要進一步核實，如果有充分的理由證明某個數據是受這些過失誤差的影響，那就要將這些數據剔除出去，以免它們影響對結果的分析。在這個過程中必須要注意一個問題：那就是切忌隨心所欲地挑選那些能夠符合自己主觀假設的數據，因為如果那樣做，不僅違背科學原則，還是缺乏科學研究道德的表現。

在實驗觀測中，尤其在心理與教育科學實驗中常會收集到一些變異性較大的實驗數據，在進行整理時，如果沒有充足的理由證明某數據是由實驗中的過失所造成，那就不應輕易將其排除。如果要剔除這些極少數的數據，也應遵循三個標準差法則（3-sigma rule，簡稱 3σ 法則），即該數據是落在平均數加減三個標準差之外。

二、統計分組應注意的問題

(一)要分類正確：

必須查明被研究現象的本質，掌握被研究現象的本質是分類的基礎。因此，只有選擇與被研究現象的本質有關的特性作為其分類的依據，才能確保分類正確。分類時如果誤用了非本質的標

誌，會導致錯誤的結論。除了要了解被研究現象的本質外，對心理學及教育學方面專業知識的熟悉及其專業範圍內分類的了解，也有助於分類的正確進行。

(二)分類標誌要明確，要能包括所有的數據：

在對數據進行分類時，所依據的特性稱為分類的標誌。整理數據時，分類標誌要前後一致，而且標誌要明確，且不能含糊不清。這就是說，關於被研究現象本質特性的概念要明確，不能既是這個又是那個。另外，在分類時所依據的標誌必須將全部數據包含進去，不能遺漏數據。

三、性質類別與數量類別

分類標誌有各式各樣。如果將這些分類標誌按其形式劃分一下，大致可分為性質類別與數量類別兩種。所有的數據也因而可分為性質類別與數量類別兩大類。

(一)性質類別：

反映事物在組別、種類上的不同。不說明事物之間的數量差異。它只是按事物的性質不同，將被觀測的事物加以劃分的。

性質類別可根據事物的性質及研究的需要分成不同的層次，每個層次又可分為不同數量的細目。在對觀測數據按性質標誌分組時，究竟分多少層次和細目，一定要看研究的需要，而不是分類的層次越多越好。如果分類的數據要做進一步分析，這時還要看統計方法所提供的可能性。如果層次分得很多，但現有的統計方法處理不了，也是沒有意義的。

(貳) 統計表

一、統計表的作用

統計表 (statistical table) 是表示數字資料的一種重要方式，

⊕精選試題⊕

- 一、下表為四十五名學生國語成就測驗的成績，試用簡捷法求其平均數。

h=5	x	f	x-AM	$x' = \frac{x-AM}{fx'}$	fx'
85~89	87	1	25	5	5
80~84	82	2	20	4	8
75~79	77	4	15	3	12
70~74	72	3	10	2	6
65~69	67	6	5	1	6
60~64	62	9	0	0	0
55~59	57	6	-5	-1	-6
50~54	52	5	-10	-2	-10
45~49	47	4	-15	-3	-12
40~44	42	2	-20	-4	-8
35~39	37	2	-25	-5	-10
30~34	32	1	-30	-6	-6
N=45				$\Sigma f' = -15$	

答：
$$M = \left(\frac{\Sigma fx'}{N} \right) h + AM$$

$$= \left(\frac{-15}{45} \right) \times 5 + 62$$

$$= 60.33 \text{ (分)}$$

- 二、已知平均數為60.55，中數為60.75，試求其近似眾數。

答：
$$M_o = 3M_d - 2M$$

$$= M + 3(M_d - M)$$

$$= 60.55 + 3 \times (60.75 - 60.55) = 61.15$$

- 三、下表為50位高中學生數學科的成就測驗成績，試求其平均數和中數。

h=10	x	f	cf	fx'
90~99	94.5	3	50	283.5
80~89	84.5	6	47	507.0
70~79	74.5	9	41	670.5
60~69	64.5	15	32	967.5
50~59	54.5	10	17	545.0
40~49	44.5	5	7	222.5
30~39	34.5	2	2	69.0
N=50			$\Sigma fx=3265.0$	

答：
$$\bar{X} = \frac{\Sigma fx}{n} = \frac{3265.0}{50} = 65.30$$

$$Md = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - F}{f_m} \right) h$$

$$= 59.5 + \left(\frac{25 - 17}{15} \right) \times 10$$

$$= 64.83$$

四、下表為55名學生英語成就測驗成績之次數分配情形，試求其中數

h=5	f	cf
75~79	1	55
70~74	2	54
65~69	4	52
60~64	5	48
55~59	8	43
50~54	10	35
45~49	9	25
40~44	7	16
35~39	4	9
30~34	2	5
25~29	2	3
20~24	1	1
N=55		