

# 邏輯分析講義

第一回

108815-1



社團法  
考友社  
出版發行

# 邏輯分析講義 第一回

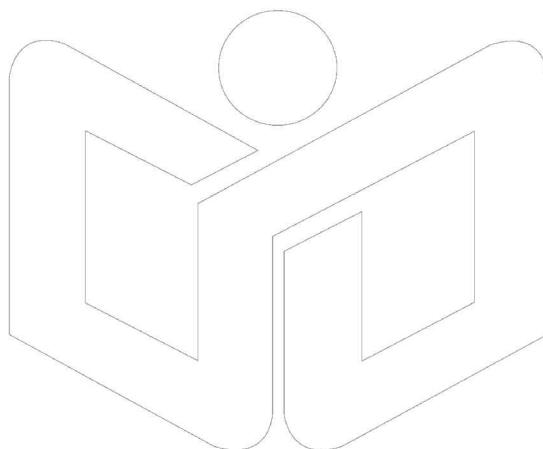


第一講 數學運算.....	1
命題大綱.....	1
重點整理.....	2
一、基本計算.....	2
二、代數與方程式.....	33
三、數列.....	49
精選試題.....	60

# 第一講 數學運算



- 一、基本計算
  - (一)推論
  - (二)解題
- 二、代數與方程式
  - (一)推論
  - (二)解題
- 三、數列
  - (一)推論
  - (二)解題





## 重點整理

### 一、基本計算

(一)推論：

1. 四則運算：

(1) 加減乘除：

① 加法：

A. 加法是將二個以上的數，合成一個數，其結果稱為和：

(A) 表達加法的符號為加號（+）。

(B) 進行加法時，以加號將各項連接起來，把和放在等號（=）之後。

(C) 例如：1、2、4 之和是 7：

a. 寫成： $1+2+4=7$ 。

b. 加法運算中，各要相加的數字可稱為項，在  $1+2+4=7$  中，1、2、4 都是此加法運算中的項，7 稱為和。

B. 零：

(A) 任何數無論加上多少個零，它的值都是這個數的本身而不會改變。

(B) 0 若加上一個項  $x$ ，和就是  $x$ 。

(C) 無論多少個零相加，和都是零。

C. 結合律：

(A) 在一個包含有二個以上的可結合運算子的表示式，只要運算元的位置沒有改變，其運算的順序就不會對運算出來的值有影響。

(B) 重新排列表式中的括號並不會改變其值。

(C) 加法結合律：

$$(\text{甲} + \text{乙}) + \text{丙} = \text{甲} + (\text{乙} + \text{丙})$$

(D) 例如：

a.  $(5+2)+1=5+(2+1)=8$ 。

b.  $(226+156)+44=226+(156+44)=226+200=426$

D. 交換律：

(A) 運算順序改變，並不會對運算出來的值（結果）有影響。

(B) 加法交換律：

$$\text{甲} + \text{乙} = \text{乙} + \text{甲}$$

(C) 例如：

a.  $12 + 39 + 8 = 12 + 8 + 39 = 20 + 39 = 59$ 。

b.  $49 + 99 + 51 = 99 + 49 + 51 = 99 + 100 = 199$ 。

c.  $61 + 28 + 39 = 61 + 39 + 28 = 100 + 28 = 128$ 。

② 減法：

A. 減法是尋找兩個數的差的算術運算：

(A) 減去一個數等於加上這個數的相反數。則可視為「加法的逆運算」。

例如： $6 - 3 = 6 + (-3) = 3$ 。

(B) 減法是符號是減號（-）。

B. 在數式  $5 - 3 = 2$  中：

5 稱為被減數，3 稱為減數，2 是 5 和 3 的差。

C. 負數：

(A) 若被減數小於減數，得出來的差將會是負數。

例如： $3 - 5 = -2$

(B) 運算：

a. 正數 + 負數（正負得負）：

$$5 + (-3) = 5 - 3 = 2$$

b. 負數 + 正數（小減大得負數）：

$$-5 + 3 = +3 - 5 = 3 - 5 = -2$$

c. 負數 + 負數：

$$-5 + (-3) = -(5 + 3) = -8$$

d. 正數 - 負數（負負得正）：

$$5 - (-3) = 5 + 3 = 8$$

e. 負數－正數（負數越減越少）：

$$-5-3=-8$$

f. 負數－負數（負負得正）：

$$-5-(-3)=-5+3=3-5=-2$$

③乘法：

A. 係指加法的連續運算：

(A)同一數的若干次連加，其運算結果稱為積。

(B)以「 $\times$ 」表示乘法。

B. 定律：

(A)乘法交換律：甲 $\times$ 乙=乙 $\times$ 甲。例如：

a.  $25 \times 19 \times 4 = 25 \times 4 \times 19 = 100 \times 19 = 1900$

b.  $20 \times 57 \times 5 = 20 \times 5 \times 57 = 100 \times 57 = 5700$

c.  $4 \times 39 \times 25 = 4 \times 25 \times 39 = 100 \times 39 = 3900$

(B)乘法結合律：(甲 $\times$ 乙) $\times$ 丙=甲 $\times$ (乙 $\times$ 丙)。例如：

a.  $8 \times 69 \times 125 = 69 \times (125 \times 8) = 69 \times 1000 = 69000$

b.  $(186 \times 125) \times 8 = 186 \times (125 \times 8) = 186 \times 1000 = 186000$

(C)分配律：

a. 乘法對加法的分配律：甲 $\times$ (乙+丙)=甲 $\times$ 乙+甲 $\times$ 丙。

例如：

(a)  $25 \times 28 + 25 \times 72 = 25 \times (28 + 72) = 25 \times 100 = 2500$

(b)  $92 \times 67 + 92 \times 33 = 92 \times (67 + 33) = 92 \times 100 = 9200$

b. 乘法對減法的分配律：甲 $\times$ (乙-丙)=甲 $\times$ 乙-甲 $\times$ 丙。

例如：

(a)  $99 \times 158 - 99 \times 58 = 99 \times (158 - 58) = 99 \times 100 = 9900$

(b)  $199 \times 299 - 199 \times 199 = 199 \times (299 - 199) = 199 \times 100 = 19900$

(D)單位律：

$$1a = a \text{ (任何數乘以 } 1 \text{ 都會等於該數本身) 。}$$

(E)  $0a = 0$  (任何數乘以 0 必等於 0) 。

C. 負數：

(A)正數 $\times$ 負數（正負得負）：

例如： $5 \times (-3) = -(5 \times 3) = -15$

(B)負數 $\times$ 負數（負負得正）：

$$\text{例如：}(-5)\times(-3)=+(5\times 3)=15$$

④除法：

A.可以看成是「乘法的逆運算」：

(A)有時也可以解釋成「重複的減法」：

例如： $6\div 3=2$ ，可解釋為  $6-3-3=0$ ，或是  $6-3=3$ ， $3-3=0$ ，亦即 6 被 3 減了兩次就變成 0。

(B)除法運算的本質是「把參與運算的除數變為 1，得出同比的被除數的值」。

(C)如果  $A\times B=C$ ，而且 B 不等於零：

a.則  $A=C\div B$ 。

b. A 稱為商數，B 稱為除數，C 稱為被除數。

(D)如果除式的商數（A）必須是整數，則稱為帶餘除法：

a.  $A\times B$  與 C 相差的數值，稱為餘數（D）。

b.則  $C\div B=A$  餘 D。

c.也代表  $C=A\times B+D$ 。

B.整除是數學中兩個自然數之間的一種關係：

(A)自然數 A 可以被自然數 B 整除：

是指 B 是 A 的因數，且 A 是 B 的整數倍數，也就是 A 除以 B 沒有餘數。

(B)  $B|A$  表示 B 整除 A，即 A 是 B 的倍數，B 是 A 的因數。

(C)例如：15 可以被 5 整除，記作  $5|15$ 。

C.規律：

(A)任意數 a， $0\div a=0$ 。

(B)除法沒有交換律。

(C)同號相除 $\rightarrow$ 正，異號相除 $\rightarrow$ 負。

a.正數 $\div$ 負數或負數 $\div$ 正數（正負得負）：

$$\text{例如：}10\div(-2)=- (10\div 2)=-5$$

b.負數 $\div$ 負數（負負得正）：

$$\text{例如：}(-10)\div(-2)=+(10\div 2)=5$$

D.整數的整除性：

(A)以  $x|y$  來表示 y 可被 x 整除。

(B)被 2 整除：

- a. 任何偶數，皆可被 2 整除。
- b. 若是整數的個位是 0、2、4、6 或 8，則這個整數能被 2 整除。
- c. 例如： $2|1024$ 。

(C)被 3 整除：

- a. 若該整數之各位值數字的和可被 3 整除，則該整數可被 3 整除。
- b. 例如：
  - (a) 45：

$4+5=9$ ，因為 9 能被 3 整除，所以 45 能被 3 整除。

(b) 618：

$6+1+8=15$ ，因為 15 能被 3 整除，所以 618 能被 3 整除。

(c) 5847：

$5+8+4+7=24$ ，因為 24 能被 3 整除，所以 5847 能被 3 整除。

(D)被 4 整除：

- a. 若整數的末尾兩位數能被 4 整除，或末尾兩位數是 00，則這個整數能被 4 整除。

b. 例如：

(a) 120：

20 能被 4 整除，所以  $4|120$ 。

(b) 372：

72 能被 4 整除，所以  $4|372$ 。

(c) 700：

00 能被 4 整除，所以  $4|700$ 。

(d) 1356：

56 能被 4 整除，所以  $4|1356$ 。

(e) 15248：

48 能被 4 整除，所以  $4|15248$ 。



(E)被 5 整除：

a. 整數的最末數字是 0 或 5，則這個整數能被 5 整除。

b. 例如：

(a) 105：

最末數字是 5，則  $5|105$ 。

(b) 660：

最末數字是 0，則  $5|660$ 。

(F)被 6 整除：

a. 若整數能同時被 2 和 3 整除，則這個整數能被 6 整除。

b. 例如：

(a) 96：

I 個位數是 6，所以能被 2 整除。

II  $9+6=15$ ，15 是 3 的倍數，所以能被 3 整除。

III 因為 96 同時是 2 和 3 的倍數，所以 96 能被 6 整除。

(b) 468：

I 個位數是 8，所以能被 2 整除。

II  $4+6+8=18$ ，18 是 3 的倍數，所以能被 3 整除。

III 因為 468 同時是 2 和 3 的倍數，所以 468 能被 6 整除。

(G)被 7 整除：

a. 若整數的個位數字截去，再從餘下的數中，減去個位數的 2 倍，如果差是 7 的倍數或是 0，則原數就能被 7 整除。

b. 例如：

(a) 168：

I 捨去尾數 8，即  $168 \rightarrow 16$ 。

II 再將 16 減去  $8 \times 2$ ，即  $16 - 16 = 0$ ，所以  $7|168$ 。

(b) 6139：

I 捨去尾數 9，即  $6139 \rightarrow 613$ 。

II 再將 613 減去  $9 \times 2$ ，即  $613 - 18 = 595$ 。

III 再將 595 捨去尾數 5，即  $595 \rightarrow 59$ 。

IV 再將 59 減去  $5 \times 2$ ，即  $59 - 10 = 49$ 。

V 因為 49 是 7 的倍數，所以  $7|6139$ 。

(H)被 8 整除：

a. 若整數的末尾三位數能被 8 整除，或末尾三位數是 000，則這個整數能被 8 整除。

b. 例如：

(a) 4120：

末尾三位數為 120，能被 8 整除，所以  $8|4120$ 。

(b) 19000：

末尾三位數為 000，所以  $8|19000$ 。

(c) 395608：

末尾三位數為 608，能被 8 整除，所以  $8|395608$ 。

(I) 被 9 整除：

a. 若整數的數字和能被 9 整除，則這個整數能被 9 整除。

b. 例如：

(a) 297：

$2+9+7=18$ ，因為 18 能被 9 整除，所以  $9|189$ 。

(b) 9468：

$9+4+6+8=27$ ，因為 27 能被 9 整除，所以  $9|9468$ 。

(c) 39528：

$3+9+5+2+8=27$ ，因為 27 能被 9 整除，所以  $9|39528$ 。

(J) 被 10 整除：

a. 若整數的尾數為 0，則這個整數能被 10 整除。

b. 例如：

(a) 50：

尾數為 0，所以  $10|50$ 。

(b) 80：

尾數為 0，所以  $10|80$ 。

(K) 被 11 整除：

a. 若整數的奇位數字之和與偶位數字之和的差是 0 或能被

♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥  
♥  
♥ **精選試題** ♥  
♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥

- (A) 1. 連上有手槍 160 枝、步槍 18 把、重機槍 13 座，試問共有武器幾種？  
(A) 3 (B) 31 (C) 178 (D) 191。
- (B) 2. 原子筆打 8 折後半打為 20 元，試問不打折時，一打原子筆需要多少錢？  
(A) 25 元 (B) 50 元 (C) 75 元 (D) 80 元。

【解析】 $20 \times 2 \div 0.8 = 50$

- (D) 3. 正方體的每邊增加為 2 倍時，試問體積增加為原本的幾倍？ (A) 2 倍  
(B) 4 倍 (C) 6 倍 (D) 8 倍。
- (A) 4. 甲以 9 折買了一本新書，用了 54 元，則此書原價為多少？ (A) 60 元  
(B) 65 元 (C) 72 元 (D) 77 元。
- (A) 5. 某士兵經測量其每一步的距離為 0.9 公尺，每 2 秒跑 18 步，試問此士兵  
100 公尺需要跑幾秒？ (A) 12.3 秒 (B) 14.4 秒 (C) 15.7 秒 (D) 16.9 秒。

【解析】每 2 秒跑 18 步，所以 1 秒跑  $18 \div 2 = 9$  步

每一步距離 0.9 公尺，所以 1 秒跑  $0.9 \times 9 = 8.1$  公尺

$100 \text{ 公尺} \div 8.1 \text{ 公尺} = 12.34 \text{ (秒)}$

- (C) 6. 一段繩子減去 9 公尺後，再分成 5 段，已知每段長度為 4 公尺，試問全  
長為多少公尺？ (A) 25 公尺 (B) 27 公尺 (C) 29 公尺 (D) 31 公尺。
- (D) 7. 一腳踏車前後輪圓周長各為 9 呎與 6 呎，當車子前行了 180 呎時，後輪  
比前輪多轉幾圈？ (A) 7 圈 (B) 8 圈 (C) 9 圈 (D) 10 圈。

【解析】 $180/6 - 180/9 = 30 - 20 = 10$

- (D) 8. 圖書館的書架上，放了中文書的有 2 格，每格有 8 本；放了英文書的有  
1 格，每格有 12 本，則中文書比英文書多了幾本？ (A) 16 本 (B) 12  
本 (C) 8 本 (D) 4 本。
- (C) 9. 考友國小四年級學生 40 人考兩題數學小考，統計結果，第一題做對者  
有 12 人，第二題做對者有 28 人，但是 0 分的人有 5 人，試問考滿分  
100 分的人有幾個人？ (A) 0 人 (B) 3 人 (C) 5 人 (D) 7 人。