

結構力學講義

第一回

504722-1



社團法
考友社
出版發行

第一講 結構穩定、靜定之判斷

命題重點

一、樑之穩定、靜定性

判別公式： $r \leq c + 3$

(一) $r < c + 3 \Rightarrow$ 不穩定

(二) $r = c + 3 \Rightarrow$ 靜定

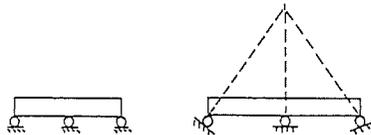
(三) $r > c + 3 \Rightarrow$ 靜不定

式中 r ：反力數

c ：條件方程式數（滾承則 $c = 2$ ，鉸承則 $c = 1$ ）

※須注意判斷結構上是否有幾何上之不穩定

例如：



二、桁架之穩定、靜定性

判別公式： $b + r \leq 2j$

(一) $b + r < 2j \Rightarrow$ 不穩定

(二) $b + r = 2j \Rightarrow$ 靜定

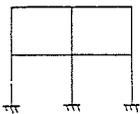
(三) $b + r > 2j \Rightarrow$ 靜不定

式中 b ：桿件數 r ：反力數 j ：接點數

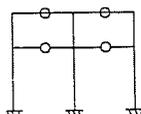
亦須判斷是否有幾何上之不穩定。

精選試題

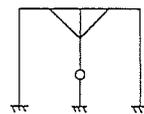
一、試判別下列圖中各剛架之穩定、靜定性。



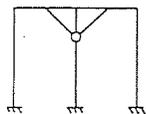
〔圖(一)〕



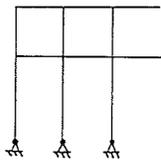
〔圖(二)〕



〔圖(三)〕



〔圖(四)〕

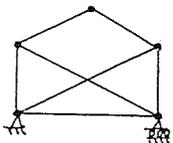


〔圖(五)〕

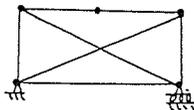
【解】

	$3b + r$	$3j + c$	判 定
圖 (一)	39	27	12 次靜不定
圖 (二)	39	31	8 次靜不定
圖 (三)	39	28	11 次靜不定
圖 (四)	39	30	9 次靜不定
圖 (五)	36	27	9 次靜不定

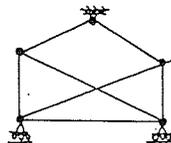
試判別下列各圖之穩定、靜定性。



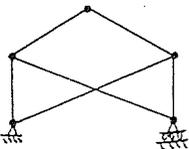
〔圖(一)〕



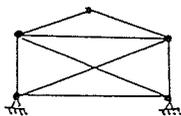
〔圖(二)〕



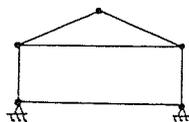
〔圖(三)〕



〔圖(四)〕



〔圖(五)〕

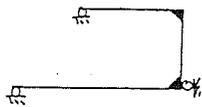


〔圖(六)〕

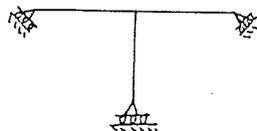
【解】

	$b + r$	$2j$	判 定
圖 (一)	10	10	靜定、穩定
圖 (二)	10	10	幾何不穩定
圖 (三)	10	10	不穩定 (反力平行)
圖 (四)	9	10	不穩定
圖 (五)	12	10	二次靜不定
圖 (六)	10	10	幾何不穩定

試問下列各圖之結構是否穩定？



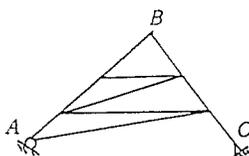
〔圖(一)〕



〔圖(二)〕

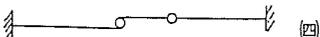
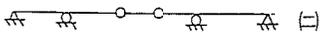
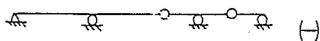
【解】均為幾何上之不穩定，因為反力交於同一點或平行。

四如圖示之桁架，C 為鉸，A 為滑動支座其滑動方向與 AB 垂直，試問該桁架是否穩定 (stable) ?



【解】A、C 反力交於一點，故不穩定。

五試判別下列各圖之穩定、靜定性。



【解】

	r	c + 3	判定
(一)	5	5	穩定、靜定
(二)	6	5	穩定、一次靜不定
(三)	4	7	不穩定
(四)	6	6	穩定、靜定
(五)	7	5	不穩定 (幾何不穩定)

第二講 靜定結構之分析

命題重點

一、靜定樑之分析

(一) 靜定樑之分類：

樑為任何結構的基本構件，任何結構均離不開樑，故樑的剪力及彎矩圖乃居於極重要之地位。

靜定樑，依其結構的形式可作如下之分類：

1. 簡支樑 (simple supported beam)：

如圖(一)，用鉸支承及滾支承，將樑支持於兩支座上為簡支樑。

2. 懸臂樑 (cantilever beam)：

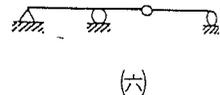
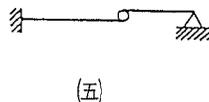
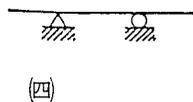
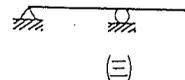
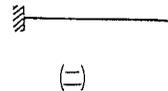
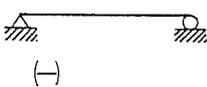
如圖(二)所示，樑的一端為固定，另一端為自由端者屬之。

3. 外伸樑 (overhanging beam)：

一樑具有簡支樑的支承，而樑的末端一部份伸出支承外者屬之。如圖(三)、(四)所示。

4. 合成樑 (compound beam)：

前述之樑內有鉸或滾軸接合的樑謂之合成樑。如圖(五)、(六)所示。但此種樑的接合需使樑不致發生不穩定的情形始可。



(二) 軸向力，剪力及彎矩之符號規定：

1. 分析主要項目為下列三項應力

應力	符號	說明
軸力		張力為正，壓力為負。
剪力		繞自由體內一點順時針轉動為正，反時針轉動為負。
彎矩		箭頭在上為正，在下為負。

2. 剪力之意義：

某一斷面的剪力 V ，乃為該斷面任何一邊（左和右）所有外力，平行於該斷面的分力代數和。對於樑而言，當剪力對通過自由體內與載重平面成垂直的軸上一點，作順時針走向者為正，反之為負。

3. 彎矩之意義：

某一斷面的彎矩 M ，乃為該斷面任何一邊（左和右）所有外力，對於該斷面重心軸之力矩代數和。對於樑而言，當彎矩使斷面兩邊有向上凹的趨勢者是為正，亦就是使斷面上部受壓、下部受拉的是正彎矩；反之是負彎矩。

(三) 載重與剪力、彎矩之關係：

1. 剪力與載重之關係：

$$\frac{dV}{dX} = -\omega$$

故（兩點之剪力差值）=（兩點間載重圖之面積）

2. 彎矩與剪力之關係：

$$\frac{dM}{dX} = V$$

故（兩點之彎矩差值）=（兩點間剪力圖之面積）

二、靜定桁架之分析

(一) 分析之主要項目為桿件之內力：即軸向力。

(二) 分析法：

1. 節點法：

取各節點之自由體圖，將節點上各桿之內力利用下列二式求出（但須注意每次在節點上之未知力不可超出兩個）。

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0$$

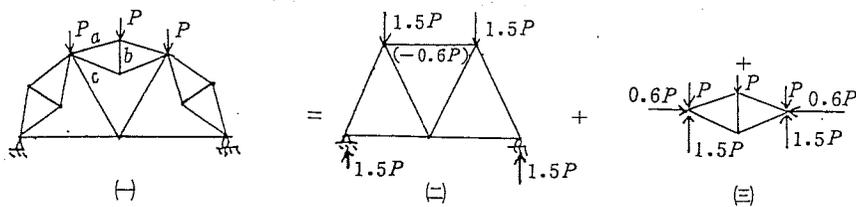
2. 剖面法：

將桁架切取一斷面（可為彎曲面），取桁架中一部份，對該部份取 $\sum F_x = 0$ ， $\sum F_y = 0$ 或對一點 O 之力矩和 $\sum M_o = 0$ ，以求解各指定桿之內力。

※ 解桁架問題時經常將節點法及剖面法混合使用。

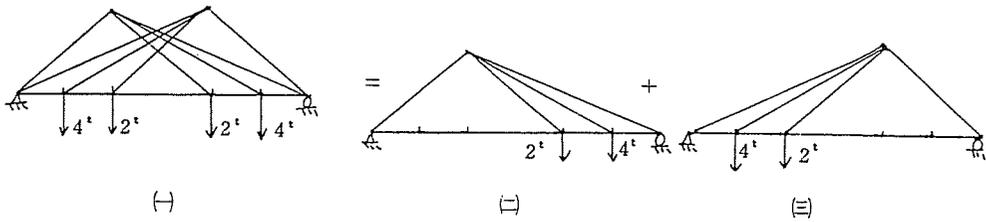
3. 組合桁架之特殊解法：

(1) 副桁架法：以下列圖例說明之。



〔圖 2-1〕

由圖 2-1 及圖 2-2 可知將原桁架予與分開為若干部份，分別求其受力狀態，再取其和即為實際受力狀態。

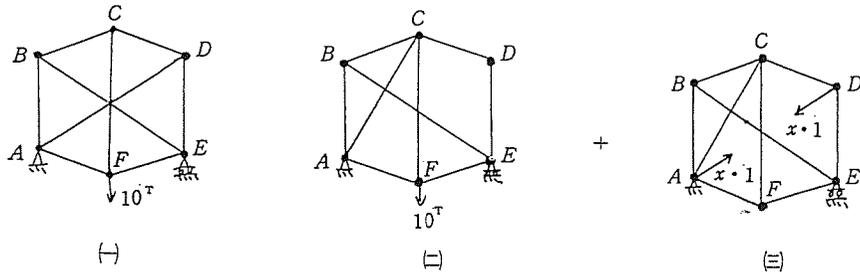


[圖 2-2]

(2)迴路法：步驟如下

- A. 先設一桿件應力為 x 。
- B. 以結點法循迴路至原桿件。
- C. 由 A B 求得之同一桿件應力可得 x 即可解得全部之應力。

(3)置換構件法：以下列圖例說明之。



[圖 2-3]

由(二)圖求各桿之內力為 S'_i ，由(三)圖可求出各桿之應力 δ_i ，則

$$\because S_{AC} = 0 = S'_{AC} + X \cdot \delta_{AC}$$

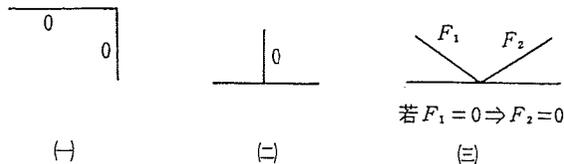
$$\therefore X = -\frac{S'_{AC}}{\delta_{AC}}$$

則各桿件之力

$$S_i = S'_i + x \delta_i$$

(三)零桿件：

不受力之桿件即稱之為零桿件，下列之接合方式即產生零桿件。

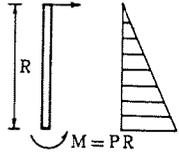


[圖 2-4]

三、靜定剛架之分析

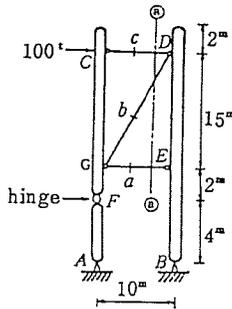
- (一)利用對剛架全體或部份之自由體取力矩和為零即可求出欲求之未知力。
- (二)靜定剛架一般以彎矩為主，因而利用基本觀念，力矩=力×力臂，即可分析之。
- (三)若屬懸臂式構架，則僅利用力矩=力×力臂，即可分解得各構件力。

(四)若屬非懸臂式構架，則先取結構某部分為自由體，求出其中之內力，再利用，力矩 = 力 × 力臂，逐次分析各構件力。

彎矩值 M	彎矩圖	附註
$M = P \times R$ 力矩 = 力 × 力臂		彎矩值繪於彎矩箭頭所指之方向，即繪於構件之壓力側。

精選試題

一試求下圖中 A、B 之反力及 a、b、c 桿件之內力。



【解】(一) $S_c = 100^t (C)$

(二) $\sum M_B = 0 \Rightarrow R_A = 210^t (\downarrow)$

(三) 取 ①-② 右邊之自由體， $\sum F_y = 0$ ， $V_B = 210$

$\therefore S_b = 70\sqrt{13}^t (T)$

$H = 210 \times \frac{2}{3} = 140^t (\rightarrow)$

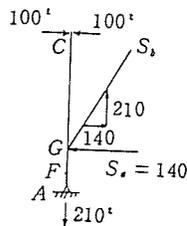
(四) 由右圖得 $\sum F_x = 0$

$\therefore S_a = 140^t (C)$

(五) 由全體得

$\sum F_x = 0 \quad \therefore V_B = 210^t (\uparrow)$

$\sum F_y = 0 \quad \therefore H_B = 100^t (\leftarrow)$



二試繪下圖靜定剛架之彎矩圖。