

數學能力測驗講義

第一回

106190-1



社團法
考友社
出版發行

數學能力測驗講義 第一回



第一講 數學 (一)	1
命題重點	1
重點整理	2
一、數與數線	2
二、分數的運算	6
三、一元一次方程式	9
精選試題	12

第一講 數學（一）

命題重點

一、數與數線

- (一) 正數與負數
- (二) 數線
- (三) 數的大小和絕對值
- (四) 整數的加減法
- (五) 整數的乘除法

二、分數的運算

- (一) 因數與倍數
- (二) 分數的加減法
- (三) 分數的乘除法
- (四) 分數的四則運算

三、一元一次方程式

- (一) 基本概念
- (二) 一元一次方程式的列式與解法

重點整理

一、數與數線

(一)正數與負數：

1.數與量：

- (1)在數的後面，附上一個單位即為量。
- (2)一個量去掉單位，就是數。

2.量的大小與計算：

- (1)量的計算可以轉換為數的計算，最後在答案附上單位即可。
- (2)不同類量不能比較大小，但同類量比較大小時必須化為同單位。

3.正數與負數：

- (1)凡大於 0 的數，叫做正數，即正數 > 0
- (2)凡小於 0 的數，叫做負數，即負數 < 0
- (3)“0”不是正數，亦不是負數；“0”為中性數（或整數）。

4.整數：

- (1)正整數（自然數）：1、2、3、……。正整數最小是 1，沒有最大。
- (2)零：0。
- (3)負整數：-1、-2、-3、……。負整數最大是 -1，沒有最小。

5.性質符號與運算符號：

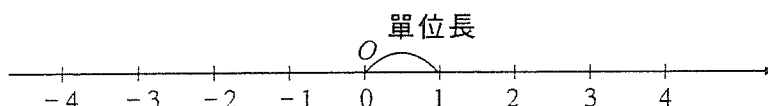
- (1)符號“+”與“-”用來表示一個數是正數或負數的符號，叫做性質符號。
- (2)符號“+”與“-”用來表示加法運算與減法運算的符號，叫做運算符號。

(二)數線：

1.數線構成的三大基本要素：

- (1)原點。
- (2)方向：向右為正向，加畫一個箭頭。

(3)單位長。



2. 數線上的點與數：

- (1)在數線上每一個點都可以用一個數來表示，即每一個數（整數、分數、小數）在數線上都可以用一點來表示。
- (2)在原點左邊的為負數，在原點右邊的為正數，0 在原點上。
- (3)數線上，愈向右的點所表示的數愈大，且右邊點的數大於左邊點的數。
- (4)數線上與某一定點等距離的點有兩個，在定點的左、右各一個。

3. 相反數：在數線上，與原點距離相等但方向相反的兩個點所表示的數。如：4及-4。

- (1)不論甲數是正數、負數，甲的相反數必是一甲，一甲的相反數必是甲。
- (2)兩數互為相反數，其和為0。若 $a+b=0$ ，則 a 與 b 互為相反數。
- (3)每一個數都有1個相反數。（0的相反數就是0）

4. 距離與中點的求法：

設一數線上有 $A(a)$ 、 $B(b)$ 兩點，則：

- (1)距離 $\overline{AB} = |b-a|$ 。
- (2) \overline{AB} 的中點坐標 $= \frac{a+b}{2}$ 。

(三)數的大小和絕對值：

1. 三一律：比較甲、乙兩數的大小時，下列三種關係，恰有一種成立
(1)甲 > 乙；(2)甲 = 乙；(3)甲 < 乙。

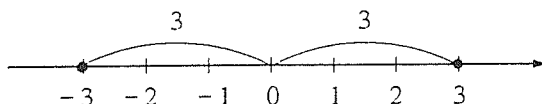
2. 遞移律：對於任意三數甲、乙、丙：

- (1)若甲 > 乙，且乙 > 丙，則甲 > 丙。
- (2)若甲 = 乙，且乙 = 丙，則甲 = 丙。
- (3)若甲 < 乙，且乙 < 丙，則甲 < 丙。

3. 絕對值：在數線上，表示一個數的點與原點的距離，叫做這個數的絕對值。

如下圖，3 與 -3 和原點的距離都是 3，

即 $|3| = 3$ ， $|-3| = 3$



(1) 任意數 x 的絕對值必為正數或 0，即 $|x| \geq 0$ 。

(2) 若 $|A| + |B| = 0$ ，則 $A = 0$ ， $B = 0$ 。

(3) A 、 B 兩點的距離 $\overline{AB} = |a - b|$ 。

(4) ① 在正數中，絕對值愈大的數，其值愈大。

② 在負數中，絕對值愈大的數，其值愈小。

(5) 設 n 為正整數，則絕對值小於 n 的

① 正整數有 $(n - 1)$ 個。

② 負整數有 $(n - 1)$ 個。

③ 整數有 $(2n - 1)$ 個。

④ 分數有無限多個。

4. 絕對值基本性質：設 a 、 b 為實數，則：

$$(1) |a| \geq 0 \quad \therefore |a| = \begin{cases} a & (\text{當 } a \geq 0) \\ -a & (\text{當 } a < 0) \end{cases}$$

$$(2) |a - b| = |b - a| = \begin{cases} a - b & (\text{當 } a \geq b) \\ b - a & (\text{當 } a < b) \end{cases}$$

$$(3) |x| = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm a & (\text{當 } a \geq 0) \\ x \text{ 不存在} & (\text{當 } a < 0) \end{cases}$$

(四) 整數的加減法：

1. 整數的加法：

(1) 兩負數相加法則：以兩數的絕對值相加，其和的前面冠以“-”號。

(2) 異號數相加法則：兩異號數相加，先將兩數的絕對值相減（大的-小的），其差的前面再冠以絕對值較大者的性質符號。

①若 $| \text{正數} | > | \text{負數} |$ ，則正數加負數為一正數。

②若 $| \text{負數} | > | \text{正數} |$ ，則正數加負數為一負數。

2. 整數加法的性質：

(1)如果兩個數互為相反數，那麼它們的和必為 0。

(2)加法交換律： $a + b = b + a$

(3)加法結合律： $a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$

(4)加法單位元素 0： $a + 0 = a$

3. 整數的減法：

(1)減去一個正數，就等於加上這個正數的相反數。

(2)減去一個負數，就等於加上這個負數的相反數。

(3)加、減混合時，由左到右依序相加、減，若有括號，則括號先做。

(4)整數的減法不具有交換律及結合律。

(五) 整數的乘除法：

1. 整數的乘法：

(1)兩個同號數相乘，其乘積為正數。

(2)兩個異號數相乘，其乘積為負數。

2. 整數的乘法性質：

(1)任意數與零的乘積都是零。

(2)交換律： $a \times b = b \times a$ 。

(3)結合律： $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ 。

(4)分配律： $a \times (b \pm c) = a \times b \pm a \times c$ 。

3. 整數的除法：

(1)兩個同號數相除，結果為正數。

(2)兩個異號數相除，結果為負數。

(3)連續相乘時：①先決定正、負號；②再將其絕對值相乘。

若有奇數個負數，其積為負數；若有偶數個負數，其積為正數。

(4)零除以一個不為零的數結果是零。

(5) $0 \div 0$ 為無意義，也就是說 0 不能當除數。

4. 指數律：設 m 、 n 為整數，則：

精選試題

一、單選題

- (B) 1. 在 25 到 125 的偶數中，是 3 的倍數的數共有 (A)14 (B)16 (C)18 (D)20 個。
 解析：25 到 125 的偶數中，是 3 的倍數的數，即為 26 到 124 中 6 的倍數的個數
 \Rightarrow 最小為 30，最大為 120
 \therefore 個數為 $(120 - 30) \div 6 + 1 = 15 + 1 = 16$ (個)
- (C) 2. 1 與 500 之間，12 和 30 的公倍數有幾個？ (A)6 (B)2 (C)8 (D)4。
 解析： $\because [12, 30] = 6 \times 2 \times 5 = 60 \quad \therefore 500 \div 60 = 8$ (個)
- (B) 3. 下列那一個數與 1764 互質？ (A)35 (B)55 (C)21 (D)84。
 解析： $\because 1764 = 2^2 \times 3^2 \times 7^2, 55 = 5 \times 11 \quad \therefore (1764, 55) = 1$ 即互質
- (D) 4. 最接近 100 的質數為 (A)97 (B)89 (C)91 (D)101。
 解析： $\because 97, 101$ 均為質數 \therefore 接近 100 的質數為 101
- (C) 5. 從 20 到 30 的正整數中和 108 互質的數有 (A)1 (B)2 (C)3 (D)4 個。
 解析： $\because 108 = 2^2 \times 3^3$
 在 20 至 30 正整數中有 23、25、29 共 3 個數與 108 互質
- (B) 6. 設 a, b 為整數， $a = 3 \times 5^2 \times 7^3$ ，且最大公因數 $(a, b) = 35$ ， b 可以是下列那一個數？ (A)65 (B)70 (C)105 (D)175。
 解析： $\because 35 = 5 \times 7$
 $\therefore b$ 必須有質因數 5、7 且其指數只能是 1 但不可有質因數 3
 $65 = 5 \times 13$ (不合)， $70 = 2 \times 5 \times 7$ (合)， $105 = 3 \times 5 \times 7$ (不合)，
 $175 = 5^2 \times 7$ (不合)
- (B) 7. 下列各數中何者是質數？ (A)209 (B)191 (C)119 (D)91。
 解析： $209 = 11 \times 19, 119 = 7 \times 17, 91 = 7 \times 13$
- (A) 8. 1729 的所有正質因數的和為 (A)39 (B)110 (C)146 (D)254。
 解析： $\because 1729 = 7 \times 13 \times 19 \quad \therefore 7 + 13 + 19 = 39$
- (D) 9. 下列哪一個數是 35282 的因數？ (A)3 (B)7 (C)11 (D)13。
 解析： $\because 35282 \div 13 = 2714$
- (B) 10. 將 30 表示成兩個不同質數的和，共有幾種不同的表示方法？ (A)4 (B)3 (C)2 (D)1 種。
 解析： $\because 30 = 7 + 23 = 11 + 19 = 13 + 17 \quad \therefore$ 共有 3 種方法
- (A) 11. 設甲、乙為兩整數，已知 $|\text{甲數}| + |\text{乙數}| = 6$ ，則甲數絕對不會是下列何數？ (A)-7 (B)3 (C)-6 (D)5。
 解析： $|\text{甲}| \leq 6, -6 \leq \text{甲} \leq 6$

- (A) 12. 某天中午，甲地的氣溫是攝氏零下 6，乙地是攝氏零下 4；下午 5 時，甲地的氣溫下降 5，乙地降低 8。則下午 5 時，兩地氣溫高低的比較為 (A)甲地比乙地高 (B)甲地比乙地低 (C)兩地氣溫相等 (D)不能比較。

解析： $-6-5=-11$ ， $-4-8=-12$

$\because -11 > -12 \therefore$ 甲地比乙地氣溫高

- (B) 13. $-\{[-(-1)^2]^3\}^4 =$ (A)1 (B)-1 (C)0 (D) -12。

解析：原式 $= -\{[-1]^3\}^4 = -\{1\}^4 = -1$

- (A) 14. 數線上 A、B、C、D 四點，分別表示 $1\frac{1}{3}$ 、2.2、-3、 $-\frac{3}{2}$ ，則這四點中最靠近原點的是 (A)A (B)B (C)C (D)D。

解析：最靠近原點的是 A

- (C) 15. 若甲數 > 0 ，乙數 < 0 ，且 $|\text{甲數}| = |\text{乙數}|$ ，則甲數 + 乙數的和是 (A)正數 (B)負數 (C)零 (D)無法確定。

解析： \because 甲數與乙數互為相反數 \therefore 甲數 + 乙數 = 0

- (A) 16. 方程式 $35 - \{1 - 2[2x - (x - 2)]\} = 18$ 的解為 a，則 (A) $a < -8$ (B) $-8 < a$ (C) $0 < a < 8$ (D) $a > 8$ 。

解析： $35 - \{1 - 2[2x - (x - 2)]\} = 18$ ， $35 - \{1 - 2[x + 2]\} = 18$ ，
 $35 - \{1 - 2x - 4\} = 18$ ， $35 + 3 + 2x = 18$ ， $x = -10$

- (B) 17. 方程式 $x - \frac{2x-3}{6} = -1$ 的解是 (A) $-\frac{3}{4}$ (B) $-\frac{9}{4}$ (C)-6 (D)3。

解析：兩邊同乘 6 得 $6x - 2x + 3 = -6$ ， $4x = -9$ ， $x = -\frac{9}{4}$

- (B) 18. 學生分配宿舍，若 4 人住一間則有 2 人無宿舍可住；若 5 人住一間，則剩餘宿舍 2 間，試問學生共有多少人？ (A)30 (B)50 (C)70 (D)90。

解析：設宿舍 x 間

$$4x + 2 = 5(x - 2), x = 12 \therefore 4 \times 12 + 2 = 50 \text{ (人)}$$

- (B) 19. 兩數 289、357 的正公因數共有多少個？ (A)1 (B)2 (C)3 (D)4。

解析： $289 = 17^2$ ， $357 = 3 \times 7 \times 17$

$\therefore (289, 357) = 17 \therefore$ 正公因數有 1、17 兩個

- (C) 20. 設 a、b、c 為正整數且 a、b 互質，b、c 亦互質，則 (A)a、c 互質 (B)a、b、c 的最大公因數與 a、b、c 的最小公倍數之積等於 a、b、c 三數之積 (C)a、b、c 三數互質 (D)a、b、c 三數之中至少有一數是質數。

解析： $\because (a, b) = 1, (b, c) = 1 \therefore (a, b, c) = 1$

其餘各選項設 $a = 4, b = 9, c = 8$ 代入均不成立。

- (D) 21. 1 至 1000 的整數中，是 3 的倍數或是 5 的倍數的數有幾個 (A)66 (B)366 (C)461 (D)467。