

工程力學講義

第一回

50470A-1



社團法 考友社 出版發行

第一講 靜力學基本概念

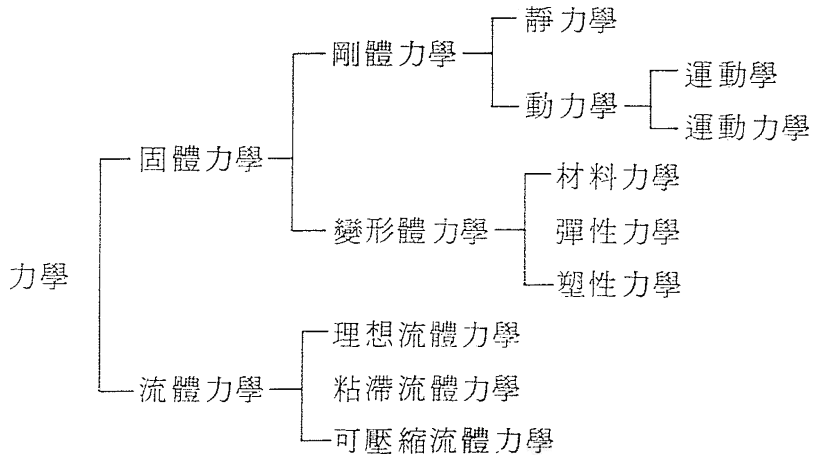
命題重點

- 一、力學的範圍
- 二、基本模型
- 三、基本量和導出量
 - (一)基本量和導出量之定義
 - (二)基本量之選擇方法
 - (三)基本單位、導出單位
 - (四)單位系統
- 四、因次理論
- 五、參考座標系
- 六、基本定理
 - (一)力合成的平行四邊形定律
 - (二)力的可移性原理
 - (三)牛頓第一定律
 - (四)牛頓第二定律
 - (五)牛頓第三定律
 - (六)牛頓萬有引力定律

重點整理

一、力學的範圍

力學通常分為固體力學與流體力學兩大部分。各部之細節如下：



二、基本模型

為了揭露一複雜物理現象的本質，我們需要在某些理想化的假設前提下，對所研究的問題進行簡化和抽象，以便得到一個簡單的物理模型，借此可將複雜的物理現象轉換成數學式子處理，此即稱為數學模型。理想化的正確與否，以及模型簡化得適當與否，完全要看經過處理後所得的計算結果是否與實驗或觀察結果一致。否則，必須對模型加以修改，直到得到較為滿意的結果。

在力學中，質點和剛體是兩個最基本的物理模型，許多物理系統可以看成是由若干個剛體和質點所組成的。所謂質點，係指一個物體沒有大小但具有質量且在空間中具有存在的位置。所謂剛體，係指一物體除了具有大小與質量外，並且在力的作用下其形狀和大小不發生任何變化。

在實際生活中，絕對的質點或絕對的剛體並不存在。但是，當一個物體本身的大小與我們所討論的問題中的其他尺寸相比很小時，這個物體就

可當作質點來看待。例如，人造衛星的大小和它離地球中心的距離相比太小了，因此在研究人造衛星繞地球運動時，就可以把它當作質點看待。此外有些問題中，雖然物體的尺寸不一定很小，但如果我們只關心其平移運動，而不關心其轉動運動時，也可把該物體當作質點。例如，一輛汽車沿著公路行駛，常常我們只關心其質心的運動，這時我們也可以把汽車當作質點。剛體模型的概念也是相對的。當一物體的變形十分微小時，就可把它當作剛體。例如，當機器之零件受的負荷不是很大，其運動速度也不是很快時，其變形通常是很微小的。若將其視為剛體，對於機器的運動情形，並不會產生太大的影響，但却可使問題的分析求解步驟大為簡化。

三、基本量和導出量

(一) 基本量和導出量之定義：

在力學中，雖然涉及諸多的物理量，如質量、力、長度、時間等，但是其中只有三個量是彼此互相獨立的，稱為基本量（basic quantities），其它的物理量則可根據定義或物理定律由三個基本量表示出來，稱為導出量（derived quantities）。

(二) 基本量之選擇方法：

選擇基本量的方法很多，最普遍的方法有兩種：1. 以質量、長度、時間為基本量；2. 以力、長度、時間為基本量。例如，以質量、長度、時間為基本量，則速度可表示為每單位時間的長度，體積可表示為長度的三次方，密度可表示為單位體積的質量等。

質量、力、長度、時間之概念，無法嚴格地加以定義，而只能用描述的方式，讓人們依直覺和經驗加以接受。

1. 質量 (Mass)：

質量是物體慣性的一種度量。所謂慣性，係指物體阻礙外力改變其運動狀態的一種性質。

2. 力 (Force)：

力是指物體之間的相互作用。力是使物體運動狀態發生改變的根本原

50470C-1 (1/4)

因。力是向量，我們在描述一個力時，必須指明其大小與方向。如果一個力不是作用在一個質點上，而是作用在一個剛體上，則我們除了指明其大小和方向外，還必須同時指出其作用點。力的大小、方向、作用點，此三者稱為力的三要素。力總是存在於相互作用的兩物體之間；換言之，力是成對的（大小相等，方向相反）發生的。當我們說到一個力時一定涉及到一個施力物和一個受力物。根據力作用於物體的方式，可將力分為接觸力與超距力。物體互相接觸所產生的力，稱為接觸力，例如人推小車，人施於小車之力即為接觸力；不互相接觸之物體間所產生的力稱為超距力，常見的超距力有地球引力、磁力等。

3 · 長度 (Length) :

長度是用來描述物體之大小，或描述質點在空間之位置。長度大小的決定是依其和標準長度之比較而所得之倍數。例如，一質點在空間之位置可以其三個直角座標分量定義之，這三個直角座標分量的大小就包含著長度的概念。

4 · 時間 (Time) :

時間是用來表示事件發生的先後順序，或表示事件持續的長短。例如，一架飛機（暫時當作質點）在空間的運動是一個“事件”（event）。光指出飛機在空間的位置是不夠的，我們必須指出在什麼時間飛機在什麼位置，這樣描述這個事件才算是完整的。

(三) 基本單位、導出單位：

一物理量可借著和公認的標本比較而度量之，用作參考的已知量稱為一單位（unit）。任一物理量的確定需要有單位記號與單位倍數。例如，5公尺，這裏“公尺”是單位記號、“5”是單位倍數。

上述中曾述及基本量與導出量。基本量的單位稱為基本單位（basic units），導出量的單位稱為導出單位（derived units）。

由於基本量的選取方式具有多樣性，因而基本單位也具多樣性。即使兩人選取的基本量相同，其基本單位也可以不同。例如，同以長度為基本量，其單位可以是公尺或呎等。正是由於基本量和基本單位的選取方式不同

，而形成了不同的單位制系統。

在力學中，每個公式中的各個量的單位都有嚴格的規定，因此我們必須對單位制系統有清楚的認識才不致發生錯誤。

國際單位系統和美國慣用系統，是兩種最通用的單位系統。這兩種單位系統都能使牛頓第二定律寫成

$$\text{力} = \text{質量} \times \text{加速度}$$

這種簡單的形式，即式中不加任何比例常數。

國際單位系統 (SI)：

國際單位系統 (簡稱 SI)，亦稱公制系統。在這種單位系統中，是以質量、長度和時間為基本量，各量的標準單位規定如下：

基本量	標準單位	
	名稱	符號
質量	公斤	kg
長度	公尺	m
時間	秒	s

在國際單位系統中，力的單位屬導出單位。由牛頓第二定律，可知

$$\begin{aligned} [\text{力單位}] &= [\text{質量單位}] \times [\text{加速度單位}] \\ &= [\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2] \end{aligned}$$

1 kg · m/s² 的力稱為 1 牛頓 (簡寫為 N)。1 N 的力能使質量為 1 kg 的物體產生 1 m/s² 的加速度。

力學上其他常用的物理量，如速度、加速度、力矩等的單位，如表 (1-1) 所示。

表 (1-1) 力學中主要物理量的 SI 單位

物理量	標準單位	符號
長度	公尺或米	m
時間	秒	s
質量	公斤或仟克	kg

50470C-1 (1/4)

力	牛頓	$N, kg \cdot m/s^2$
面積	平方米	m^2
體積	立方米	m^3
速度	米/秒	m/s
加速度	米/秒 ²	m/s^2
力矩	牛頓·米	$N \cdot m$
角速度	弧度/秒	rad/s
功	焦耳	$J, N \cdot m$
功率	瓦特	$W, J/s$
動量	公斤·米/秒	$kg \cdot m/s$
衝量	牛頓·秒	$N \cdot s$

美國慣用系統：

美國慣用單位系統 (United States Customary System) 有時亦以英制稱之，其實稱為美制或許更妥當。在這種單位系統中，是以力、長度及時間為基本單位，各量的標準單位規定如下：

基本量	標準單位	
	名稱	符號
力	磅	lb
長度	呎	ft
時間	秒	s

在美國慣用系統中，質量的單位屬導出單位。由牛頓第二定律可知

$$\begin{aligned} \text{〔質量單位〕} &= \text{〔力單位〕} / \text{〔加速度單位〕} \\ &= \text{〔lb} \cdot \text{s}^2 / \text{ft〕} \end{aligned}$$

1 lb · s² / ft 的質量稱為 1 斯勒 (slug)。

國際單位系統和美國慣用系統之間的換算關係列於表 (1-2)。欲將一物理量的單位由一種單位系統換算成另一種單位系統，只需乘以或除以相應的換算係數即可。

表(1-2) 美制與公制標準單位換算表

物 理 量	美 制 單 位	公 制 相 等 量
長 度	ft	0.3048m
質 量	slug	14.59 kg
力	lb	4.448 N
面 積	ft ²	0.0929 m ²
體 積	ft ³	0.02832 m ³
速 度	ft/s	0.3048 m/s
加 速 度	ft/s ²	0.3048 m/s ²
力 矩	lb·ft	1.356 N·m
功	ft·lb	1.356 J
功 率	ft·lb/s	1.356 W
動 量	lb·s 或 slug·ft/s	4.448 kg·m/s
衝 量	lb·s	4.448 N·s

四、因次理論

任一有單位的量，如質量、長度等，稱為有因次量；無單位的量，如 0.5， $\sin\alpha$ 等，稱為無因次量。一有因次量的單位是多種多樣的，如長度，其單位可以是公尺或呎等。但不論是用公尺或呎，這些單位都只能表示長度這個概念，而不是別的什麼，如面積或體積等。因此，“長度因次”包括了所有測量長度的單位。同理，“質量因次”包括了所有測量質量的單位。由此可見，因次是一般單位的總稱。今後我們以〔 M 〕代表質量因次，以〔 F 〕代表力因次，以〔 L 〕代表長度因次，以〔 T 〕代表時間因次，而不管其具體單位是什麼。

和基本量、導出量相對應，我們有基本因次和導出因次。 MLT 或 FLT 都可作為基本因次。其他因次都可由基本因次推導出來，稱為導出因次。例如，速度因次可表示為

50470C-1 (1/4)

$$[v] = \frac{[L]}{[T]} = [LT^{-1}]$$

讀作 + 1 長度因次，- 1 時間因次。若以 MLT 為基本因次，則力的因次屬導出因次，其因次關係為

$$[F] = [MLT^{-2}]$$

若以 FLT 為基本因次，則質量因次屬導出因次，其因次關係為

$$[M] = [F] / [LT^{-2}] = [FL^{-1}T^2]$$

任何一物理量的因次可寫成

$$[Q] = [M^\alpha L^\beta T^\gamma] \text{ 或 } [Q] = [F^\alpha L^\beta T^\gamma]$$

到底取那一種，完全取決於 MLT 與 FLT 中那一個作為基本因次。

因次理論的一個重要應用，是用以檢驗物理方程式的正確性：即描述物理過程的方程式中各項的因次必須相等。此即稱為因次齊次定律。

在此必須強調：滿足因次齊次定律，只是一個物理方程式正確的必要條件，而不是充分條件。換言之，正確的物理方程式一定滿足因次齊次定律；但反過來，一物理方程式滿足因次齊次定律，這並不意味着此方程式一定正確，我們只能說此方程式因次正確。如果一物理方程式不滿足因次齊次定律，則此方程式一定不正確。

五、參考座標系

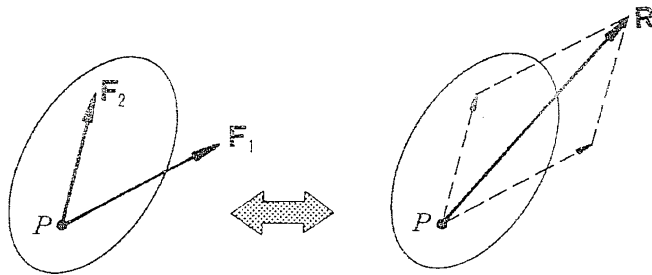
為了確定一物理量，我們必須建立一參考座標系，以作為度量之依據。所謂“慣性座標系”是指附著在固定星體上的座標系，任一其他座標系若對此固定星體不動或只作等速直線運動，則這些座標系也是慣性座標系。只有在慣性座標系中，牛頓第二定律才成立，因此，也可以說，能使牛頓第二定律成立的座標系稱為慣性座標系。對於一般工程問題，我們常將座標系建立在地球表面上，只要這些座標系相對於地球表面不動，或只作等速直線運動，則這些座標系也當作慣性座標系。這是由於地球的自轉以及地球繞太陽的公轉運動所造成的誤差太小了，因此可作這種選擇。

六、基本定理

(一) 力合成的平行四邊形定律：

作用在同一點的兩個力，可用其合力代替之，其合力可由原來兩力為鄰邊所成平行四邊形之對角線向量表示之。

因為力是向量，我們可用一有向線段代表力。這個有向線段的長短代表力的大小，並在其上標一箭頭代表方向。如圖(1-1)所示，作用於 P 點的兩個力 F_1 及 F_2 ，可用其合力 R 代替之。換言之， F_1 和 F_2 同時作用在 P 點的效果，和只有 R 單獨作用在 P 點的效果相同。

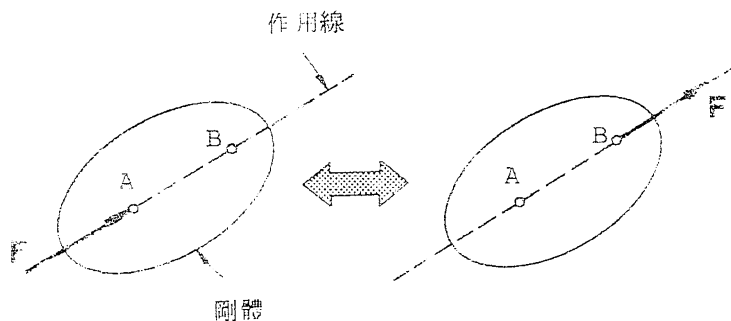


圖(1-1) 力合成的平行四邊形定律

(二) 力的可移性原理：

將作用在剛體上的力沿其作用線移動到任一位置，不會因此而改變剛體的平衡狀態或運動狀態（見圖(1-2)）。

在此強調：力的可移性原理只適用於剛體，不適用於變形體。如圖(1-3)(a)所示之直桿，今在其 A 、 B 兩端分別施以 F_1 和 F_2 兩力。設此二力大小相等，方向相反，作用線同在直桿的中心線上。此時直桿處於平衡狀態，並且由於受到二力的拉伸而沿軸向伸長（如果直桿不是剛體的話）。現將 F_1 由 A 點沿其作用線移至 B 點，而將 F_2 沿其作用線移至 A 點，如圖(1-3)(b)所示。此時直桿亦處於平衡狀態，但直桿此時受二力的壓縮而沿軸向縮短（如果直桿不是剛體的話）。這個例子說明，力的可移性原理不會改變物體的平衡狀態或運動狀態，但却可能會改變物體內部的受力狀態和變形狀態。因此，對於變形體，應當避免（至少應十分小心）使用力的可移性原理。



圖(1-2) 力的可移性原理



圖(1-3) 力的可移性原理

(三) 牛頓第一定律：

當一物體不受外力，或所受外力之合力（合外力）為零時，它將繼續保持其原來的狀態：如果物體原來是靜止的，則將繼續保持靜止；如果物體原來是運動的，則將以原來的速度為初速度而作等速直線運動。

(四) 牛頓第二定律：

當一物體所受外力之合力（合外力）不為零時，物體將獲得加速度，此加速度與合外力成正比，而與該物體的質量成反比。若暫不用向量符號以 F 表合外力，以 m 表物體的質量，以 a 表物體的加速度，則牛頓第二定律可寫成

$$F = ma \quad (1-1)$$

應該注意，方程式 (1-1) 對其中各個量的單位有嚴格的規定：各個量的單位必須是同一單位系統中的標準單位。即，要麼採用國際標準單位、要麼採用美國慣用標準單位、兩種單位系統不得混合使用。

(五) 牛頓第三定律：

兩物體間的作用力和反作用力，其大小相等、方向相反、作用線相同。